

## 1.1 Πειράματα τύχης, δειγματικός χώρος και ενδεχόμενα

### 1.2 Πιθανότητες: Ορισμοί και εφαρμογές

- Σε ένα κουτί υπάρχουν συνολικά 25 σοκολατάκια από τα οποία 12 σοκολατάκια περιέχουν μόνο αμύγδαλο, 8 σοκολατάκια μόνο φουντούκι και 8 σοκολατάκια μόνο κεράσι .

**α)** Επιλέγουμε τυχαία ένα σοκολατάκι από το κουτί. Να υπολογίσετε την πιθανότητα το σοκολατάκι αυτό:

  - να περιέχει αμύγδαλο,
  - να μην περιέχει φουντούκι,
  - να περιέχει αμύγδαλο ή φουντούκι.

**β)** Από το κουτί φάγαμε 3 σοκολατάκια με αμύγδαλο και 2 σοκολατάκια με φουντούκι. Αν στη συνέχεια, επιλέξουμε τυχαία ένα σοκολατάκι από το κουτί, να υπολογίσετε την πιθανότητα το σοκολατάκι αυτό να περιέχει κεράσι.
- Η Μαρία υιοθέτησε μία γατούλα που ερχόταν συνέχεια στην αυλή του σπιτιού της και την ονόμασε Μελιώ. Μετά από δύο εβδομάδες που την είχε στο σπίτι διαπίστωσε ότι η Μελιώ είναι έγκυος. Την πήγε στον κτηνίατρο μαζί με τη μητέρα της και ο κτηνίατρος τους είπε ότι η Μελιώ θα γεννήσει 4 γατάκια.

**α)** Να γράψετε χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα ένα δειγματικό χώρο για τις δυνατές περιπτώσεις του φύλου των τεσσάρων γατιών με τη σειρά γέννησής τους.

**β)** Μία φίλη της Μαρίας υποσχέθηκε ότι αφού γεννηθούν και απογαλακτιστούν τα γατάκια από τη μαμά τους, θα υιοθετήσει τα τρία πρώτα γατάκια που θα γεννηθούν, αν είναι ίδιου φύλου. Ένας γείτονας της Μαρίας υποσχέθηκε να υιοθετήσει το 4ο γατάκι αν είναι θηλυκό, γιατί έχει ήδη μία θηλυκή γατούλα στο σπίτι του.

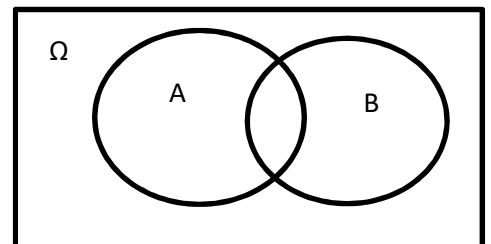
  - Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων του το ενδεχόμενο:  
Α: «Τα τρία πρώτα γατάκια είναι ίδιου φύλου και το τέταρτο γατάκι είναι θηλυκό».
  - Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου: «Υιοθετούνται και τα τέσσερα γατάκια».
- Από τους 100 μαθητές, που είναι παρόντες σήμερα στο σχολείο, μπλε στυλό έχουν 87. Από αυτούς, 17 μαθητές έχουν και μπλε και μαύρο στυλό. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή από τους 100.

  - Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε στυλό είναι ίση με 0,87 .
  - Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και μαύρο στυλό, είναι ίση με 0 ,
  - Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και να μην έχει μαύρο στυλό.
- Από τις 80 μαθήτριες, που είναι παρούσες σήμερα στο σχολείο, πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών έχουν 60. Από τις 60 μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών, οι 15 έχουν επιπλέον και πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών. Επιλέγουμε τυχαία μία μαθήτρια από τις 80.

**α)** Να υπολογίσετε την πιθανότητα η μαθήτρια που επιλέξαμε να έχει πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών.

**β)** Στο παρακάτω διάγραμμα Venn , το  $\Omega$  περιέχει τις 80 μαθήτριες, το  $A$  περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών και το  $B$  περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών.

  - Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το διάγραμμα Venn. Στη συνέχεια να χρωματίσετε με το στυλό σας το μέρος του διαγράμματος Venn που περιέχει τις μαθήτριες, οι οποίες έχουν και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών.
  - Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου “η μαθήτρια που επιλέξαμε έχει και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών”.



5. Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα, 26 κόκκινα και 26 μαύρα. Τα κόκκινα φύλλα χωρίζονται σε δυο φυλές, τις κούπες και τα καρό, και τα μαύρα τις σε δύο, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή αποτελείται από:
- εννέα αριθμούς: 2, 3, ..., 10
  - τρεις φιγούρες: βαλές, ντάμα, ρήγας
  - έναν άσσο
- α)** Η Μαρία τράβηξε τυχαία ένα φύλλο από μια τράπουλα. Να βρείτε τις πιθανότητες:
- i. το φύλλο να είναι η ντάμα κούπα,
  - ii. το φύλλο να είναι κόκκινο και φιγούρα.
- β)** Η Μαρία αφαίρεσε από την αρχική τράπουλα τα φύλλα με τους αριθμούς και τράβηξε τυχαία ένα φύλλο. Πόσες φορές αυξήθηκαν οι πιθανότητες του προηγούμενου ερωτήματος;
6. Σε ένα σχολείο στη Γ' Λυκείου φοιτούν 100 μαθητές. Στην τάξη αυτή δεν υπάρχουν αδέρφια, οπότε οι 100 μαθητές αντιστοιχούν σε 100 διαφορετικές οικογένειες.
- Ρωτήσαμε τους 100 μαθητές το πλήθος των παιδιών της οικογένειάς τους. Από τις απαντήσεις τους προέκυψε ότι οι οικογένειες των μαθητών έχουν το πολύ τέσσερα παιδιά. Συγκεκριμένα, οι 56 οικογένειες έχουν δύο παιδιά, 20 οικογένειες έχουν τρία παιδιά, 8 οικογένειες έχουν τέσσερα παιδιά και οι υπόλοιπες έχουν ένα παιδί.
- α)** Αν επιλέξουμε στην τύχη μια από τις παραπάνω οικογένειες των μαθητών, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου:
- i. «Η οικογένεια του μαθητή έχει τέσσερα παιδιά»,
  - ii. «Η οικογένεια του μαθητή έχει λιγότερα από τρία παιδιά».
- β)** Στην γιορτή αποφοίτησης συμμετείχαν όλοι οι μαθητές της Γ' Λυκείου με τις οικογένειές τους. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα από τα παρευρισκόμενα παιδιά, ποια είναι η πιθανότητα η οικογένειά του να έχει τέσσερα παιδιά;
- γ)** Να συγκρίνετε τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα **α)**i. και **β)** και στην περίπτωση που είναι διαφορετικές να δικαιολογήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.
7. Θεωρούμε τις οικογένειες που είναι δυνατό να σχηματιστούν με τρία παιδιά. Εξετάζουμε τα παιδιά των οικογενειών αυτών ως προς το φύλο και τη σειρά γέννησής τους. Για παράδειγμα η τριάδα (α,κ,α) αντιστοιχεί σε οικογένεια με πρώτο παιδί αγόρι, δεύτερο παιδί κορίτσι και τρίτο παιδί αγόρι.
- α)** Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα :
- A: «Το πρώτο παιδί της οικογένειας είναι κορίτσι».
- B: «Και τα τρία παιδιά είναι ίδιου φύλου».
- Γ: «Το φύλο του δεύτερου παιδιού είναι διαφορετικό από το φύλο του πρώτου και του τρίτου παιδιού».
- β)** Αν μία οικογένεια αποκτήσει τρία παιδιά :
- i. Ποια είναι η πιθανότητα το πρώτο παιδί της οικογένειας να είναι κορίτσι;
  - ii. Ποια είναι η πιθανότητα και τα τρία παιδιά της οικογένειας να είναι ίδιου φύλου;
  - iii. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι το ενδεχόμενο Γ έχει ίδια πιθανότητα να συμβεί με το ενδεχόμενο να φέρει κάποιος 2 φορές κεφαλή αν στρίψει δυο φορές ένα αμερόληπτο κέρμα. Συμφωνείτε με την άποψή του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
8. Θεωρούμε το πείραμα τύχης «ρίψη ενός μεροληπτικού ζαριού» με δειγματικό χώρο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Δίνεται ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1» είναι  $P(\{1\}) = \frac{1}{2}$  και ότι τα ενδεχόμενα  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{5\}$  και  $\{6\}$  είναι ισοπίθανα.

**α)** Να αποδείξετε ότι  $P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{10}$ .

**β)** Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

**i.** A: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1 ή 5».

**ii.** B: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι άρτιος αριθμός».

**γ)** Έστω ένα δεύτερο πείραμα τύχης «ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού» με τον ίδιο δειγματικό χώρο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  του οποίου όλα τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα. Να βρείτε για το δεύτερο πείραμα τύχης τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και B του ερωτήματος **β)** και να τις συγκρίνετε μεταξύ τους.