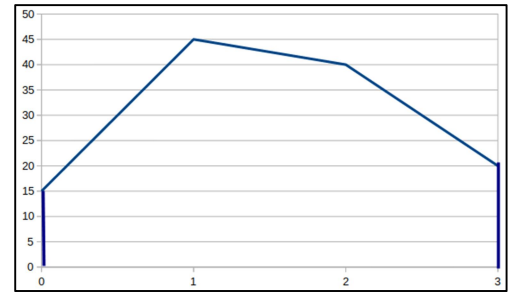


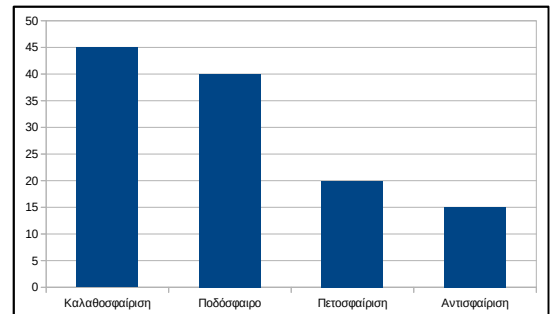
2.1 – 2.2 Βασικές έννοιες στη Στατιστική , Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων

1. Στο διπλανό πολύγωνο συχνοτήτων φαίνεται πόσοι μαθητές ενός δείγματος της Γ΄ Λυκείου ενός ΕΠΑΛ βαθμολογήθηκαν με άριστα σε 0, 1, 2 ή 3 μαθήματα από τα τέσσερα των πανελλαδικών εξετάσεων.



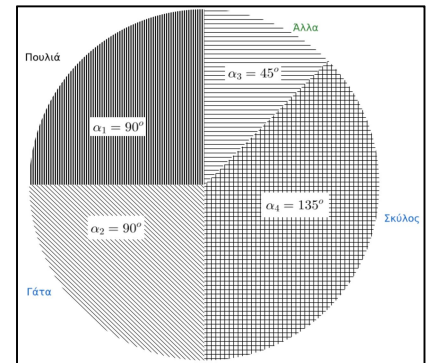
- α) Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του δείγματος αυτού.
β) Να υπολογίσετε τις σχετικές συχνότητες f_1, f_2, f_3, f_4 του πλήθους των μαθητών, οι οποίοι βαθμολογήθηκαν με άριστα σε 0, 1, 2 ή 3 μαθήματα αντίστοιχα.

2. Στο διπλανό ραβδόγραμμα συχνοτήτων φαίνεται πόσοι μαθητές της Γ΄ Λυκείου ενός ΕΠΑΛ επέλεξαν καθένα από τέσσερα αθλήματα για να διαγωνιστούν στο σχολικό πρωτάθλημα. Αξίζει να σημειωθεί ότι καθένας από τους μαθητές επέλεξε ένα μόνο από τα αθλήματα.



- α) Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών της Γ΄ λυκείου αυτού του ΕΠΑΛ.
β) Να υπολογίσετε τις σχετικές συχνότητες f_1, f_2, f_3, f_4 καθενός από τα αθλήματα που επέλεξαν οι μαθητές.

3. Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα φαίνονται σε μοίρες τα μέτρα των γωνιών $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ τα οποία αντιστοιχούν στους τέσσερις κυκλικούς τομείς, σχετικά με το αγαπημένο κατοικίδιο των μαθητών της Γ΄ λυκείου ενός ΕΠΑΛ.



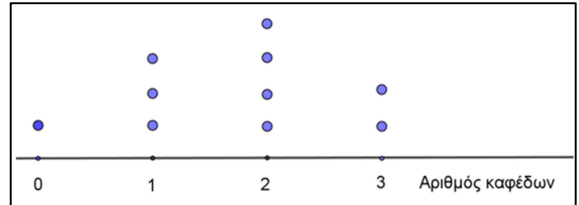
- α) Να υπολογίσετε τις σχετικές συχνότητες f_1, f_3 αυτών που προτιμούν πουλιά ή άλλα κατοικίδια αντίστοιχα.
β) Αν το σύνολο των μαθητών που ρωτήθηκαν ήταν $n=120$, να βρείτε πόσοι μαθητές της τάξης αυτής προτιμούν τα πουλιά για κατοικίδιο.

4. Στον διπλανό πίνακα φαίνεται σε ευρώ, το ποσό που ξόδεψαν 20 μαθητές στο κυλικείο του σχολείου τους, στη διάρκεια μιας μέρας.

- α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στην κόλλα σας, και να συμπληρώσετε τα κενά.
β) Πόσοι μαθητές ξόδεψαν τη συγκεκριμένη ημέρα, το πολύ 2 ευρώ;
γ) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που ξόδεψαν τη συγκεκριμένη ημέρα, τουλάχιστον 2 ευρώ;

Ποσό σε ευρώ	v_i	N_i	f_i	$f_i\%$
x_i				
0	1			
1	9			
2	8			
3	2			
Σύνολο	20			

5. Στο διπλανό σημειόγραμμα, βλέπουμε τον αριθμό των καφέδων που πίνουν οι 10 υπάλληλοι μιας ιδιωτικής εταιρείας κάθε ημέρα στην εργασία τους.



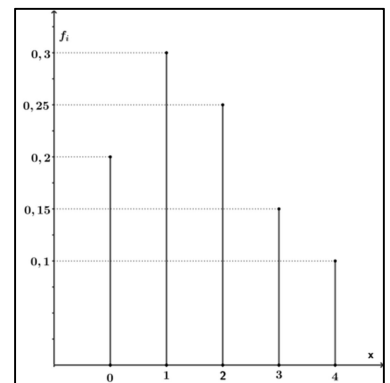
- α) Μελετώντας το σημειόγραμμα να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα.

Αριθμός καφέδων x_i	Αριθμός υπαλλήλων v_i	Σχετική συχνότητα f_i
0		
1		
2		
3		
ΣΥΝΟΛΟ	10	1

- β) Να βρείτε τον αριθμό των υπαλλήλων της εταιρείας, που πίνουν κάθε ημέρα στην εργασία τους το πολύ 2 καφέδες.

- γ) Να βρείτε το ποσοστό των υπαλλήλων της εταιρείας, που πίνουν κάθε ημέρα στην εργασία τους 3 καφέδες.

6. Ο αριθμός των ετήσιων επισκέψεων (άξονας των x) ενός δείγματος 160 μαθητών ενός σχολείου στα διάφορα μουσεία της χώρας δίνεται από το διπλανό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων. Για το δείγμα αυτό να βρείτε:



- α) το ποσοστό των μαθητών που έκανε ακριβώς δύο επισκέψεις ετησίως,

- β) πόσοι μαθητές πραγματοποίησαν ακριβώς μία επίσκεψη ετησίως,

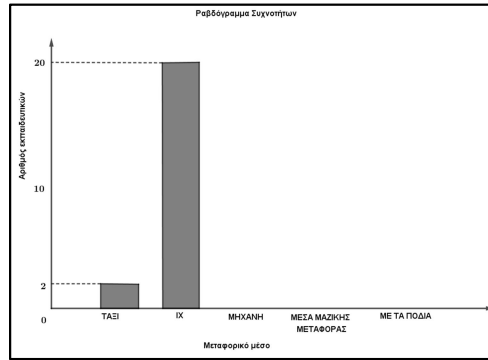
- γ) το ποσοστό των μαθητών που έκανε δύο τουλάχιστον επισκέψεις ετησίως,

7. Οι 50 εκπαιδευτικοί ενός σχολείου μιας μεγάλης πόλης, για να μεταβούν στη δουλειά τους (στο σχολείο), χρησιμοποιούν τα εξής μέσα: 2 χρησιμοποιούν TAXI, 20 χρησιμοποιούν το ιδιωτικό τους ΙΧ, 10 πηγαίνουν με τη ΜΗΧΑΝΗ τους, 14 χρησιμοποιούν τα ΜΕΣΑ ΜΑΖΙΚΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ και 4 που μένουν κοντά στο σχολείο, πηγαίνουν με τα ΠΟΔΙΑ.

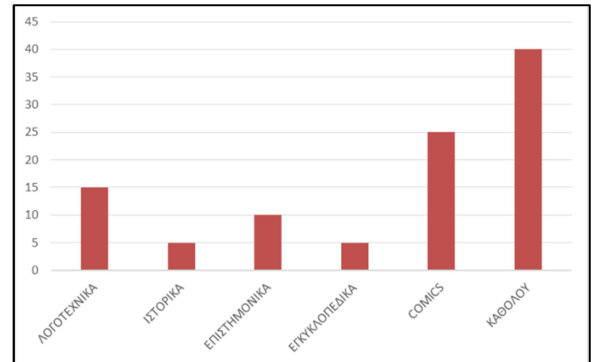
- α) Αν x_i είναι οι τιμές της μεταβλητής X : «μεταφορικό μέσο των καθηγητών» και v_i το πλήθος των καθηγητών που το χρησιμοποιεί, να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε για τα παραπάνω δεδομένα το διπλανό πίνακα.

Μεταφορικό Μέσο x_i	Αριθμός Εκπαιδευτικών v_i
ΣΥΝΟΛΟ	50

- β) Αφού μεταφέρετε το παρακάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων στην κόλλα σας, να βάλετε τα αριθμητικά δεδομένα που σας χρειάζονται στον κατακόρυφο άξονα και να σχεδιάσετε τις ράβδους που λείπουν.



8. Δίνεται το διπλανό ραβδόγραμμα συχνοτήτων για το διάβασμα βιβλίων μαθητών γυμνασίου. Κάθε μαθητής απάντησε για ένα μόνο είδος βιβλίου ή «ΚΑΘΟΛΟΥ» αν δεν διαβάζει κανένα βιβλίο. Ο κατακόρυφος άξονας περιέχει τον αριθμό των μαθητών και ο οριζόντιος άξονας τα είδη των βιβλίων.



- α) Ποιο είναι το μέγεθος του δείγματος των μαθητών γυμνασίου που συμμετέχουν στην έρευνα, όπως φαίνεται από το ραβδόγραμμα;
- β) Πόσοι μαθητές διαβάζουν λογοτεχνικά βιβλία και πόσοι επιστημονικά;
- γ) i. Πόσοι μαθητές διαβάζουν βιβλία;
ii. Τι ποσοστό μαθητών δεν διαβάζει καθόλου βιβλία;

9. Στον επόμενο πίνακα σχετικών συχνοτήτων, φαίνεται η κλιμάκωση των γραπτών βαθμών του συνόλου των μαθητών της Γ' Λυκείου στο μάθημα των Μαθηματικών το προηγούμενο σχολικό έτος.

Κλάσεις [-)	Σχετική Συχνότητα f%
0-4	10
4-8	10
8-12	
12-16	35
16-20	15

- α) Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 8 και μικρότερο του 12.
- β) Αν οι μαθητές που έγραψαν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 12 είναι 42.400 να υπολογίσετε το πλήθος του συνόλου των μαθητών.
- γ) Πόσοι μαθητές έγραψαν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 16;
10. Στον παρακάτω πίνακα, δίνεται ο αριθμός των μαθητών ενός τμήματος του σχολείου με 25 μαθητές, που απουσίασαν από 0 έως και 5 ημέρες στη διάρκεια του προηγούμενου χειμώνα.

Ημέρες απουσίας	Αριθμός μαθητών που απουσίασε
0	10
1	2
2	2
3	κ
4	2
5	1

- α) Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών κ , που απουσίασε από το σχολείο 3 ημέρες.
 β) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που δεν απουσίασε από το σχολείο.
 γ) Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών που απουσίασε τουλάχιστον 1 ημέρα από το σχολείο.

11. Οι 50 εκπαιδευτικοί ενός σχολείου μιας μεγάλης πόλης, για να μεταβούν στη δουλειά τους (στο σχολείο), χρησιμοποιούν τα εξής μέσα: 2 χρησιμοποιούν TAXI, 20 χρησιμοποιούν το ιδιωτικό τους ΙΧ, 10 πηγαίνουν με τη ΜΗΧΑΝΗ τους, 14 χρησιμοποιούν τα ΜΕΣΑ ΜΑΖΙΚΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ και 4 που μένουν κοντά στο σχολείο, πηγαίνουν με τα ΠΟΔΙΑ.

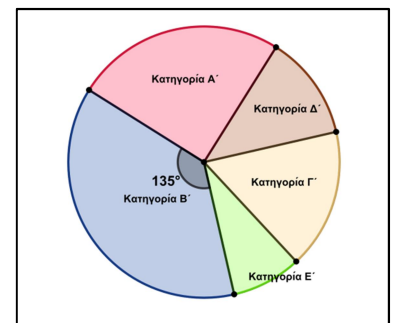
- α) Αν x_i είναι οι τιμές της μεταβλητής X : «μεταφορικό μέσο των καθηγητών» και v_i το πλήθος των καθηγητών που το χρησιμοποιεί, να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε για τα παραπάνω δεδομένα το διπλανό πίνακα.

Μεταφορικό Μέσο x_i	Αριθμός Εκπαιδευτικών v_i
ΣΥΝΟΛΟ	50

- β) Να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.
 γ) Να βρείτε τη σχετική συχνότητα για το κάθε μέσο μεταφοράς και να γράψετε το ποσοστό των εκπαιδευτικών που χρησιμοποιεί το κάθε μέσο.

12. Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται το μορφωτικό επίπεδο των 1.200 εργαζομένων μιας επιχείρησης χωρισμένο σε πέντε κατηγορίες.

- Α' Κατηγορία: Απόφοιτοι Γυμνασίου
 Β' Κατηγορία: Απόφοιτοι Λυκείου
 Γ' Κατηγορία: Πτυχιούχοι Ανώτατης Εκπαίδευσης
 Δ' Κατηγορία: Κάτοχοι Μεταπτυχιακού Τίτλου
 Ε' Κατηγορία: Κάτοχοι Διδακτορικού Τίτλου



Κάθε εργαζόμενος ανήκει σε μία μόνο από τις κατηγορίες αυτές.

Στις κατηγορίες Α' και Δ' ανήκει το 25% και το 12,5% των εργαζομένων αντίστοιχα.

Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στους εργαζόμενους της Β' κατηγορίας είναι 135° .

Τέλος οι εργαζόμενοι της Γ' κατηγορίας είναι διπλάσιοι από τους εργαζόμενους της Ε' κατηγορίας.

- α) Να αποδειχθεί ότι οι εργαζόμενοι στην κατηγορία Β' είναι 450 .
 β) Να υπολογίσετε τον αριθμό των εργαζομένων σε κάθε κατηγορία.

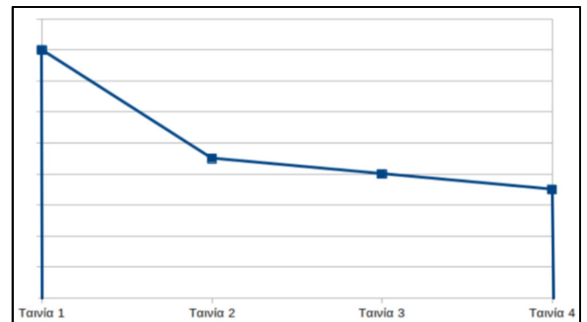
γ) **i.** Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

ii. Εάν συνταξιοδοτηθούν όλοι οι εργαζόμενοι της κατηγορίας Γ' τι ποσοστό των εργαζομένων της εταιρείας θα αντιπροσωπεύουν πλέον οι εργαζόμενοι της κατηγορίας Ε' ;

13. Σε έναν κινηματογράφο τα εισιτήρια που έκοψαν τέσσερις ταινίες τον μήνα Νοέμβριο φαίνονται στον διπλανό πίνακα:

Ταινία 1	150
Ταινία 2	130
Ταινία 3	70
Ταινία 4	50

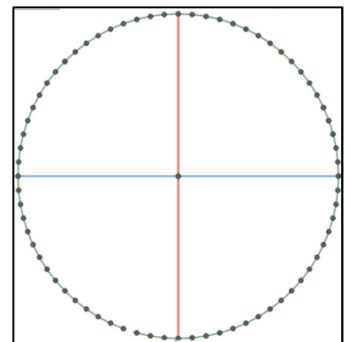
α) Ένας μαθητής κατασκεύασε το επόμενο πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων % για τους θεατές που παρακολούθησαν τον μήνα Νοέμβριο τις παραπάνω ταινίες. Να αιτιολογήσετε αν το πολύγωνο αυτό είναι σωστό ή λανθασμένο.



β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Ταινία	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα f_i
Ταινία 1	150	
Ταινία 2	130	
Ταινία 3	70	
Ταινία 4	50	
Σύνολο		

γ) Να υπολογίσετε σε μοίρες τη γωνία που θα αντιστοιχεί σε ένα κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων για καθεμία από τις παραπάνω ταινίες. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε ένα κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων, χρησιμοποιώντας τον παρακάτω κυκλικό δίσκο, ο οποίος είναι χωρισμένος σε τόξα 5° .



14. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των παγωτών που κατανάλωσαν οι μαθητές της Γ' τάξης ενός σχολείου στη διάρκεια της πενθήμερης εκδρομής τους. Δίνεται το $f_4\% = 10$ και ότι το 40% των μαθητών δεν έφαγε παγωτό.

Αριθμός Παγωτών x_i	n_i	f_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0					
1					70
2	10				90
3			10		100
Σύνολο			100		

α) Να δείξετε ότι η αθροιστική σχετική συχνότητα $F_1\% = 40$ και η σχετική συχνότητα $f_3 = 0,2$.

β) Να δείξετε ότι το πλήθος των μαθητών που συμμετείχαν στην εκδρομή, είναι $n = 50$.

γ) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τα κενά.

δ) Πόσοι μαθητές έφαγαν τουλάχιστον ένα παγωτό;

15. Οι 20 μαθητές της ΣΤ' Δημοτικού, ενός σχολείου, που πήραν μέρος σε ένα ετήσιο διαγωνισμό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, πήραν τους παρακάτω βαθμούς (κλίμακα 0 – 10).

4 , 10 , 8 , 8 , 5 , 6 , 9 , 7 , 8 , 9 , 10 , 9 , 5 , 6 , 6 , 7 , 8 , 8 , 7 , 6

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Βαθμός x_i	n_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
Σύνολο				

β) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα των συχνοτήτων n_i , καθώς και το διάγραμμα των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i\%$.

γ) Αν η διεύθυνση του σχολείου θελήσει να βραβεύσει τους μαθητές που πέτυχαν επίδοση μεγαλύτερη ή ίση του 8, πόσους μαθητές θα βραβεύσει;

δ) Αν η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, βραβεύσει το 25% των μαθητών που πήραν μέρος στο διαγωνισμό, τι επίδοση πρέπει να έχει κάποιος μαθητής για να βραβευτεί;