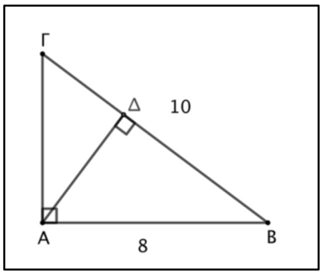
## 9.2 Το Πυθαγόρειο θεώρημα

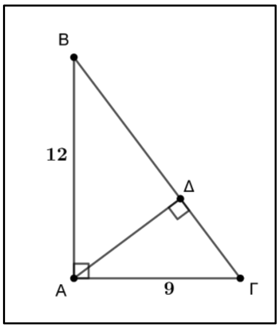
**1.** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A}=90^o\right)$ με $AB=8$ και $B\Gamma=10$.




**α)** Να υπολογίσετε το μήκος της κάθετης πλευράς ΑΓ.

**β)** Έστω ΑΔ το ύψος στην υποτείνουσα ΒΓ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής ΔΒ της κάθετης πλευράς ΑΒ πάνω στη ΒΓ.

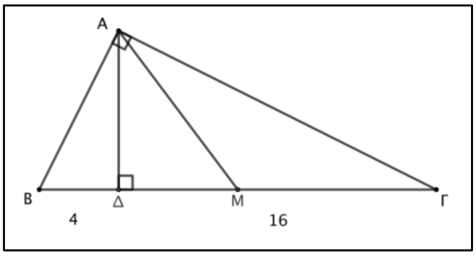
**2.** Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο $\left(\hat{A}=90^o\right)$ με κάθετες πλευρές $AB=12$ και $A\Gamma=9$, τότε:




**α)** Να αποδείξετε ότι $B\Gamma=15$.

**β)** Αν ΑΔ είναι το ύψος του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΔΓ.

**3.** Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A}=90^o\right)$ του σχήματος, το ΑΔ είναι ύψος και το ΑΜ διάμεσος. Αν $B\Delta=4$ και $\Delta\Gamma=16$, τότε:

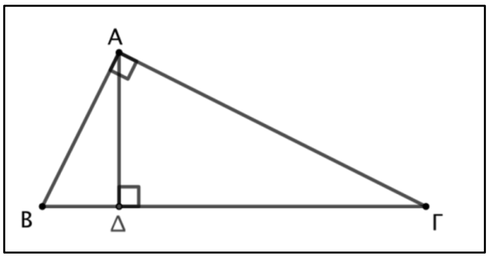



**α)** Να αποδείξετε ότι:

**i.** $A\Delta=8$, **ii.** $AB=4\sqrt{5}$

**β)** Να υπολογίσετε τη διάμεσο ΑΜ.

**4.** Στο παρακάτω σχήμα, το ΑΔ είναι το ύψος στην υποτείνουσα ΒΓ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ. Αν είναι $B\Gamma=10$ και $\Delta\Gamma=8$, τότε:

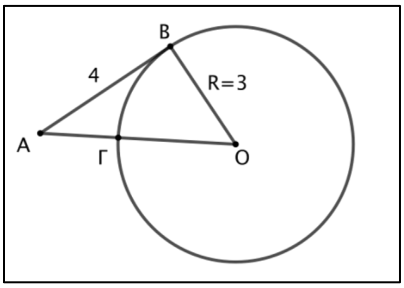



**α)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΔ.

**β)** Να αποδείξετε ότι $A\Delta=4$.

**γ)** Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΒ.

**5.** Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα $R=3$. Θεωρούμε το εφαπτόμενο τμήμα ΑΒ ώστε $AB=4$, όπως φαίνεται στο σχήμα.




**α)** Να αιτιολογήσετε ότι η γωνία $O\hat{B}A$ είναι ορθή.

**β)** Να αποδείξετε ότι $OA=5$.

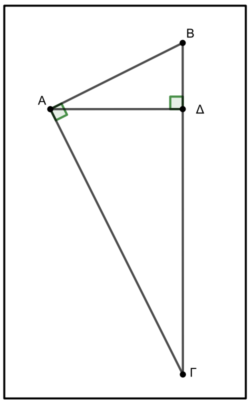
**γ)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΓ.

**6.** Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο η μία κάθετη πλευρά του είναι μεγαλύτερη από την άλλη κατά 3 cm.

Αν οι δύο κάθετες πλευρές έχουν άθροισμα 21 cm, τότε :

**α)** Να δείξετε ότι οι κάθετες πλευρές έχουν μήκη 9 cm και 12 cm.

**β)** Να υπολογίσετε την υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου.




**7.** Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ οι προβολές ΔΒ και ΔΓ των κάθετων πλευρών ΑΒ και ΑΓ στην υποτείνουσα ΒΓ έχουν μήκη 3 cm και 12 cm αντίστοιχα.

**α)** Να αποδείξετε ότι το μήκος του ύψους ΑΔ προς την υποτείνουσα ΒΓ είναι 6.

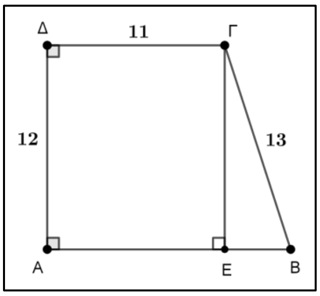
**β)** Να υπολογίσετε τις κάθετες πλευρές ΑΒ και ΑΓ του τριγώνου.

**8.** Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος είναι τραπέζιο με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^o$, $A\Delta = 12$, $\Delta\Gamma = 11$, $B\Gamma = 13$ και ΓΕ το ύψος του.

**α)** Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΔΓΕ είναι ορθογώνιο.

**β)** Να αποδείξετε ότι $EB = 5$.

**γ)** Να υπολογίσετε την περίμετρο του τραπεζίου.




**9.** Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος δίνεται ότι, $A\Gamma = 10$ και $B\Gamma = 8$. Το τμήμα ΓΕ είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΒ με $\Gamma E = 6$.

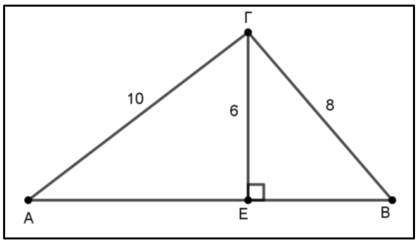
**α)** Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

Το τμήμα ΑΕ ονομάζεται προβολή της πλευράς .... στην πλευρά ..... .

Το τμήμα ....... είναι η προβολή της πλευράς .... στην πλευρά ΑΒ.

**β)** **i.** Να υπολογίσετε το τμήμα ΑΕ.

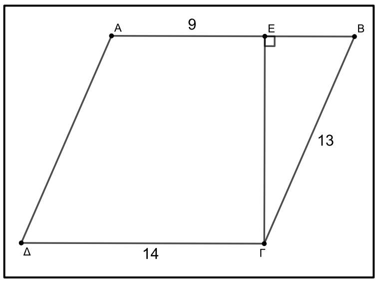
**ii.** Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΒ.




**10.** Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $B\Gamma = 13$ και $\Gamma\Delta = 14$. Αν ΓΕ είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο Γ στην πλευρά ΑΒ και το τμήμα ΑΕ έχει μήκος 9, να αποδείξετε ότι:

**α)** το μήκος του τμήματος ΓΕ είναι 12 ,

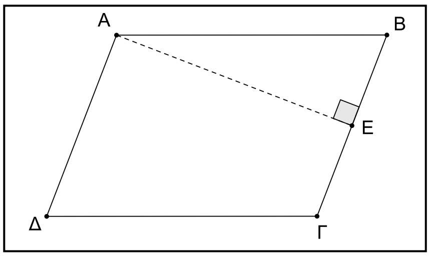
**β)** τα μήκη των πλευρών ΑΔ, ΔΓ και ΑΓ του τριγώνου ΑΔΓ είναι διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί.



**11.** Στο παρακάτω σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, Ε είναι το μέσο της πλευράς του ΒΓ και η ΑΕ είναι κάθετη στην ΒΓ. Αν $ΑΒ = 13$ και $ΒΕ = 5$, να βρείτε το μήκος:

**α)** της πλευράς ΑΔ του παραλληλογράμμου.

**β)** του ευθύγραμμου τμήματος ΑΕ.

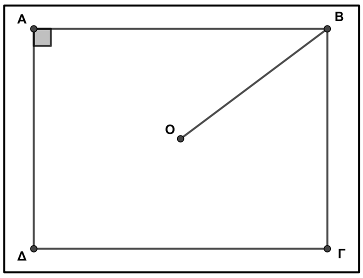



**12.** Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος το σημείο Ο είναι το κέντρο του. Επίσης η $ΟΒ = 5$ και η $ΑΔ = 6$.

**α)** Να υπολογίσετε το μήκος της ΒΔ.

**β)** Πόσο είναι το μήκος της διαγωνίου ΑΓ; Να αιτιολογήσετε την απάντησής σας.

**γ)** Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΒ του ορθογωνίου ΑΒΓΔ.

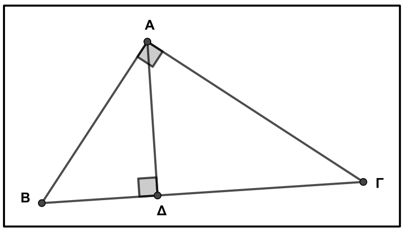



**13.** Το τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος είναι ορθογώνιο με $\hat{Α} = 90^\circ$, $ΒΓ = 10$ και $ΑΓ = 8$. Αν ΑΔ είναι το ύψος του από την κορυφή Α να υπολογίσετε το μήκος:

**α)** της πλευράς ΑΒ,

**β)** του τμήματος ΔΓ,

**γ)** του τμήματος ΔΒ.

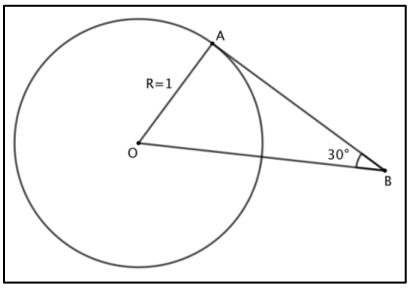



**14.** Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα $R = 1$. Θεωρούμε το εφαπτόμενο τμήμα ΒΑ ώστε $Ο\hat{Β}Α = 30^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

**α)** Να αιτιολογήσετε ότι η γωνία $Ο\hat{Α}Β$ είναι ορθή.

**β)** Να αποδείξετε ότι $ΟΒ = 2$.

**γ)** Να υπολογίσετε το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΒΑ.



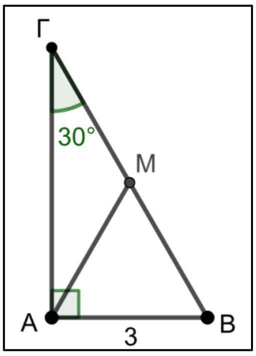

**15.** Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{Α} = 90^\circ$, $\hat{Γ} = 30^\circ$ και $ΑΒ = 3$.

Το Μ είναι μέσο της υποτείνουσας του ΑΒΓ.

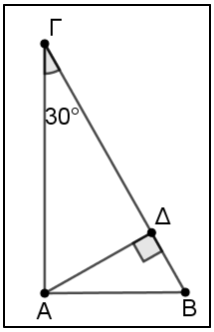
**α)** Να αποδείξετε ότι $ΒΓ = 6$.

**β)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΜ.

**γ)** Να υπολογίσετε το μήκος της κάθετης πλευράς ΑΓ του ΑΒΓ.



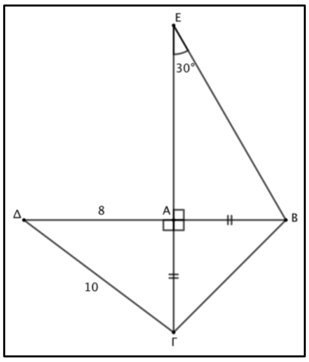
**16.** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A}=90^{o}\right)$ με $B\Gamma=8$ και $\hat{\Gamma}=30^{o}$.




**α)** Να αποδείξετε ότι $AB=4$.

**β)** Φέρουμε το ύψος ΑΔ. Να υπολογίσετε το τμήμα ΒΔ.

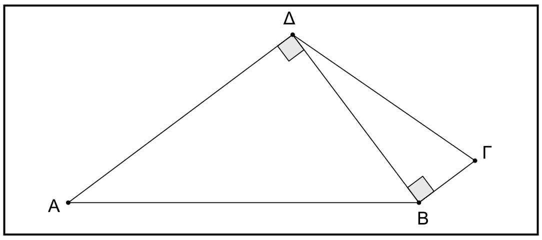
**17.** Στο σχήμα παρακάτω είναι $AB=A\Gamma$, $A\Delta=8$, $\Delta\Gamma=10$ και $A\hat{E}B=30^{o}$.




**α)** Να αποδείξετε ότι $A\Gamma=6$.

**β)** Να υπολογίσετε την υποτείνουσα ΒΕ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΕ.

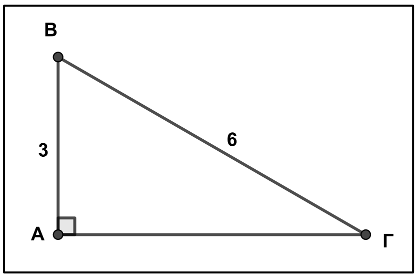
**18.** Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΒΓΔ είναι ορθογώνια με $A\hat{\Delta}B=\Delta\hat{B}\Gamma=90^{o}$ και $A\Delta=16$, $B\Gamma=5$ και $\Gamma\Delta=13$.




**α)** Να αποδείξετε $B\Delta=12$.

**β)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΒ και την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

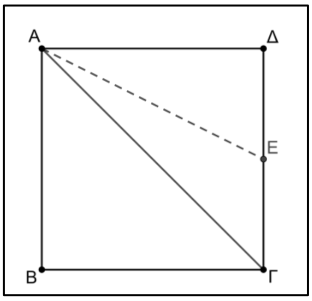
**19.** Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος η $AB=3$ και η $B\Gamma=6$. Να υπολογίσετε:




**α)** το μέτρο της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

**β)** το μήκος της πλευράς ΑΓ.

**20.** Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 2 και Ε είναι το μέσο της ΔΓ.

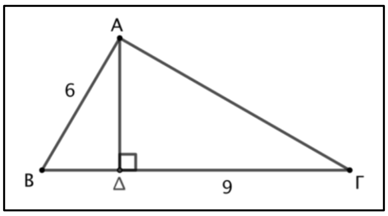



Να αποδείξετε ότι:

**α)** $A\Gamma=2\sqrt{2}$,

**β)** $AE=\sqrt{5}$.

**21.** Στο παρακάτω σχήμα, το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ. Αν είναι $ΑΒ = 6$, $ΒΓ = 12$ και $ΔΓ = 9$, τότε:

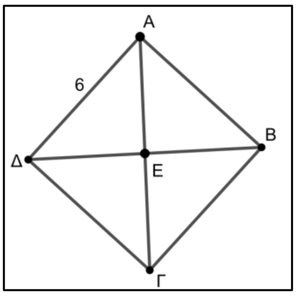



**α)** Να αποδείξετε ότι:

**i.** $ΑΔ = \sqrt{27}$ **ii.** $ΑΓ = \sqrt{108}$

**β)** Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

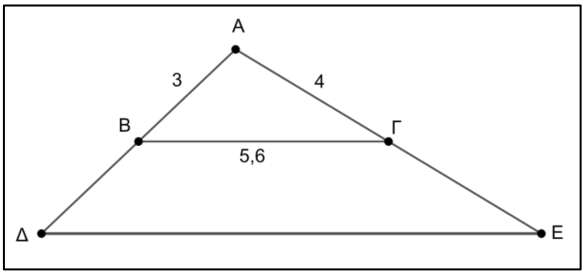
**22.** Το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο με περίμετρο 24 και $ΑΔ = 6$.




**α)** Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του ΑΒΓΔ και να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.

**β)** Αν επιπλέον $ΑΓ = 6\sqrt{2}$ να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο.

**23.** Η πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ είναι παράλληλη στην πλευρά ΔΕ του τριγώνου ΑΔΕ.




Επίσης δίνονται $ΑΒ = 3$, $ΒΓ = 5{,}6$ και $ΑΓ = 4$.

**α)** Αν $ΑΔ = 6$, να υπολογίσετε:

**i.** το μήκος της πλευράς ΑΕ του τριγώνου ΑΔΕ,

**ii.** το μήκος της πλευράς ΔΕ του τριγώνου ΑΔΕ.

**β)** Αν $ΑΔ = 9$, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΔΕ του τριγώνου ΑΔΕ .

**24.** Έστω Ο το κέντρο ρόμβου ΑΒΓΔ με μήκη διαγωνίων $ΔΒ = 6$ και $ΑΓ = 8$.

**α)** Να υπολογίσετε την πλευρά του ρόμβου.

**β)** Θεωρούμε σημεία Ε και Ζ εσωτερικά των τμημάτων ΟΑ και ΟΓ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $ΕΟ = ΟΖ$.

**i.** Πόσο πρέπει να είναι το μήκος καθενός από τα τμήματα ΕΟ και ΟΖ ώστε το τετράπλευρο ΕΒΖΔ να είναι τετράγωνο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ii.** Να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου ΕΒΖΔ του προηγούμενου ερωτήματος.

**25.** **α)** Το Ε είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

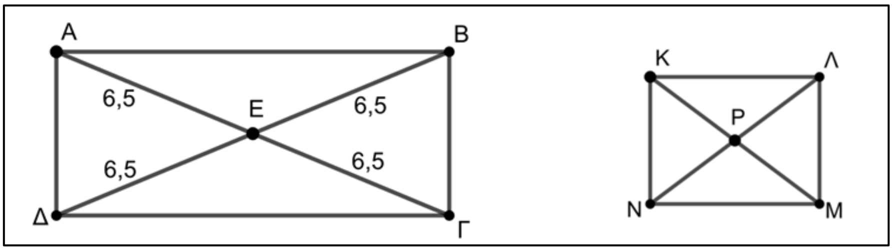
Επιπλέον ισχύει ότι $ΑΕ = ΒΕ = ΓΕ = ΔΕ = 6{,}5$.

**i.** Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο.

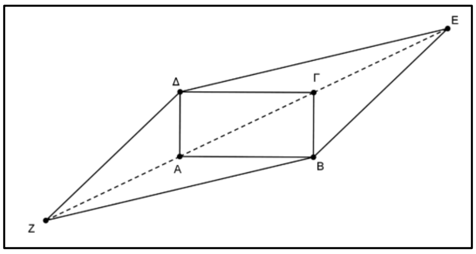
**ii.** Αν επιπλέον δίνεται ότι η πλευρά $ΑΔ = 5$, να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΒ του ΑΒΓΔ.

**β)** Μια ταμπέλα έχει το σχήμα του τετραπλεύρου ΚΛΜΝ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Σας δίνεται ότι οι διαγώνιοι του ΚΜ και ΛΝ τέμνονται στο Ρ και έχει $\text{ΡΚ} = \text{ΡΛ} = \text{ΡΜ} = 2{,}5$. Ένας συμμαθητής σας, ο Κώστας γνωρίζει επιπλέον το μήκος του ΡΝ και βγάζει, σωστά, το συμπέρασμα ότι η ταμπέλα είναι σχήματος ορθογωνίου. Πόσο είναι το μήκος του ΡΝ;




**26.** Στο σχήμα που ακολουθεί, το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι παραλληλόγραμμο με διαγώνιο $\text{ΖΕ} = 60$ και το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο με πλευρά $\text{ΑΒ} = 16.$ Αν είναι $\text{ΖΑ} = \text{ΓΕ} = 20,$ τότε:




**α)** Να αποδείξετε ότι $\text{ΖΑ} = \text{ΑΓ} = \text{ΓΕ}.$

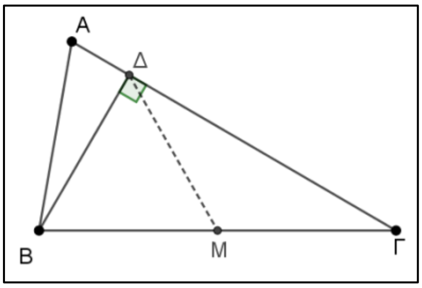
**β)** Να υπολογίσετε:

**i.** το μήκος της πλευράς ΒΓ και την περίμετρο του ορθογωνίου ΑΒΓΔ,

**ii.** τη διαγώνιο ΔΒ του παραλληλογράμμου ΔΕΒΖ.

Σε κάθε περίπτωση να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**27.** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\text{ΒΓ} = 8\sqrt{3},$ το ύψος του ΒΔ και το μέσο Μ της ΒΓ.




**α)** Να αποδείξετε ότι $\text{ΔΜ} = 4\sqrt{3}.$

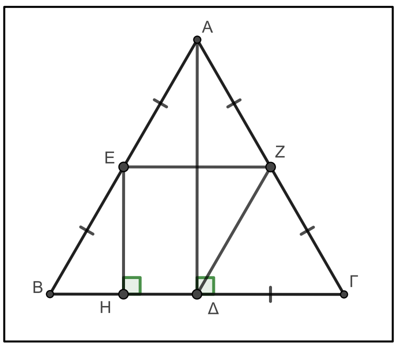
**β)** Αν $\hat{\Gamma} = 30^{\circ}$ και $\text{ΑΒ} = 8:$

**i.** Να υπολογίσετε τη γωνία $\text{Μ}\hat{\Delta}\Gamma.$

**ii.** Να υπολογίσετε τον λόγο $\dfrac{\text{ΒΔ}}{\text{ΒΓ}}.$

**iii.** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΔ.

**28.** Σε ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 12, ΑΔ είναι το ύψος του και Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Αν το τμήμα ΕΗ είναι κάθετο στην πλευρά ΒΓ, με Η σημείο της ΒΓ, τότε :




**α)** Να αποδείξετε ότι :

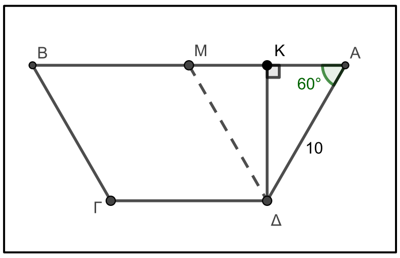
i. $\text{ΕΖ}//\text{ΗΔ},$

ii. $\text{ΕΖ} = 6$ και $\text{ΗΔ} = 3.$

**β)** Να εξετάσετε αν το τετράπλευρο ΕΖΔΗ είναι παραλληλόγραμμο και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**γ)** Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΖΔΗ είναι τραπέζιο, του οποίου η βάση του ΕΖ είναι ίση με τη μία από τις μη παράλληλες πλευρές του τη ΔΖ .

**29.** Στο παρακάτω σχήμα το τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές και η μεγάλη βάση του ΑΒ είναι διπλάσια από την πλευρά ΑΔ. Επιπλέον η γωνία Α είναι $60^o$ και η πλευρά ΑΔ είναι 10 cm .



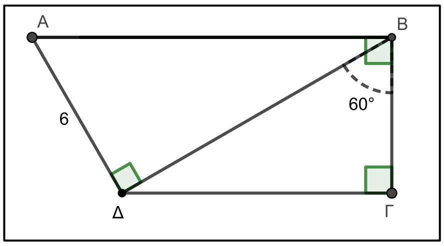

**α)** Να υπολογίσετε το ύψος ΔΚ του τραπεζίου.

**β)** Αν Μ είναι το μέσο της ΑΒ να αποδείξετε ότι:

**i.** το τρίγωνο ΔΜΑ είναι ισόπλευρο,

**ii.** το τετράπλευρο ΔΜΒΓ είναι ρόμβος.

**30.** Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος με $AB//\Gamma\Delta$, είναι $\hat{B}=\hat{\Gamma}=90^o$. Η πλευρά ΑΔ είναι 6 και η διαγώνιος ΒΔ είναι κάθετη στην πλευρά ΑΔ και σχηματίζει με την πλευρά ΒΓ γωνία $\Delta\hat{B}\Gamma=60^o$.

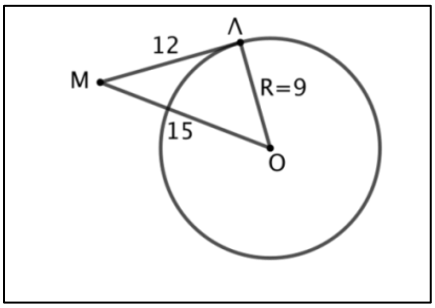



**α)** Να αποδείξετε ότι η βάση ΑΒ του τραπεζίου είναι 12.

**β)** Να υπολογίσετε τη διαγώνιο ΒΔ.

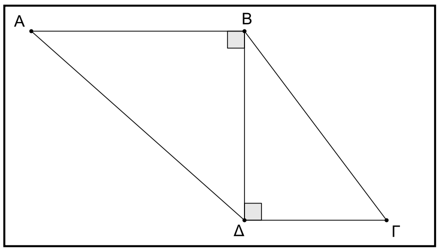
**γ)** Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τραπεζίου ΑΒΓΔ είναι $27+3\sqrt{3}$.

**31.** **α)** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A}=90^o\right)$ είναι $AB=12$ και $B\Gamma=15$. Να υπολογίσετε την κάθετη πλευρά ΑΓ.




**β)** Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι στο σχήμα, «το ΜΛ είναι εφαπτόμενο τμήμα του κύκλου $(O,R)$ στο σημείο του Λ». Να εξετάσετε αν ο ισχυρισμός του μαθητή είναι αληθής και να τεκμηριώσετε την απάντησή σας.

**32.** Στο παρακάτω σχήμα τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΒΓΔ είναι ορθογώνια με $A\hat{B}\Delta=B\hat{\Delta}\Gamma=90^o$ και $AB=9$, $B\Delta=8$ και $\Gamma\Delta=6$.

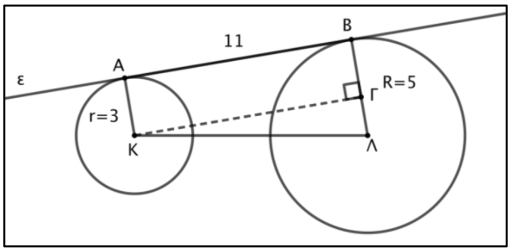



**α)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΓ.

**β)** Να αποδείξετε $A\Delta=\sqrt{145}$.

**γ)** Να αποδείξετε $A\Gamma=17$.

**33.** Μια ευθεία ε εφάπτεται στους κύκλους $(K,r)$ και $(\Lambda,R)$ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $r=3$, $R=5$, $AB=11$ και $K\Lambda\perp B\Gamma$, τότε:




**α)** Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΚ είναι ορθογώνιο.

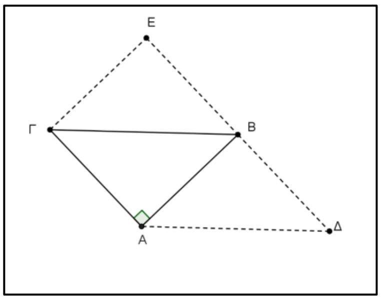
**β)** Να υπολογίσετε:

**i.** τα μήκη των τμημάτων ΚΓ και ΓΛ.

**ii.** την απόσταση των κέντρων Κ και Λ.

**γ)** Τι είδους τετράπλευρο θα είναι το ΑΒΛΚ όταν οι κύκλοι έχουν ίσες ακτίνες;

**34.** Στο σχήμα που ακολουθεί, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{Α} = 90^o$, $ΑΒ = ΑΓ = 14$ και Β σημείο του τμήματος ΔΕ. Αν είναι $ΑΔ // ΒΓ$, $ΑΒ // ΓΕ$ και $ΑΓ // ΔΕ$ τότε:



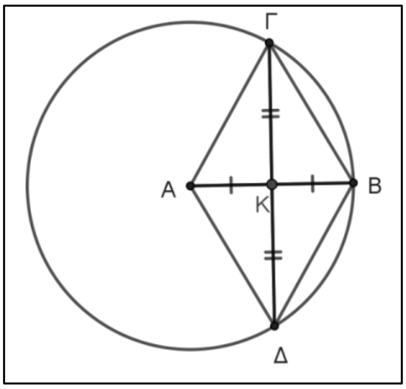

**α)** Να αποδείξετε ότι

**i.** το τετράπλευρο ΑΓΒΔ είναι παραλληλόγραμμο,

**ii.** το τετράπλευρο ΑΓΕΒ είναι τετράγωνο.

**β)** Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τετραπλεύρου ΑΓΒΔ είναι ίση με $28\left(\sqrt{2}+1\right)$.

**35.** Δίνεται κύκλος κέντρου Α και σημεία του Γ, Β και Δ έτσι ώστε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο Κ και είναι $ΚΑ = ΚΒ$ και $ΚΓ = ΚΔ$.




**α)** Να αποδείξετε ότι:

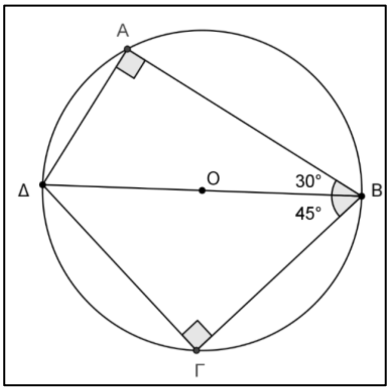
**i.** $ΑΓ = ΑΒ = ΑΔ$,

**ii.** το τετράπλευρο ΑΓΒΔ είναι ρόμβος,

**iii.** $Κ\hat{Γ}Β = 30^o$.

**β)** Αν είναι $ΓΒ = 4$, τότε να αποδείξετε ότι $ΓΔ = 4\sqrt{3}$.

**36.** Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος έχει τις κορυφές του Α, Β, Γ και Δ σε κύκλο με κέντρο το σημείο Ο, τη διαγώνιό του ΔΒ διάμετρο του κύκλου και τις γωνίες του $\hat{Α}$ και $\hat{Γ}$ ορθές. Έστω ότι είναι $Α\hat{Β}Δ = 30^o$ και $Δ\hat{Β}Γ = 45^o$.



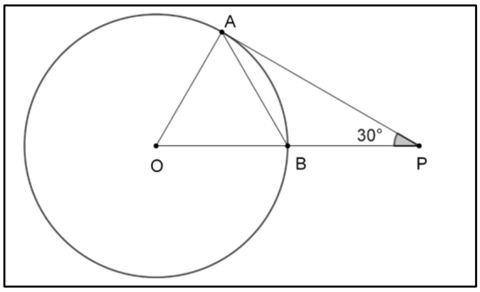

**α)** Να υπολογίσετε τη γωνία $Α\hat{Δ}Γ$.

**β)** Να αποδείξετε ότι $Β\hat{Δ}Γ = Δ\hat{Β}Γ$.

**γ)** Αν είναι $ΒΔ = 2$, τότε να αποδείξετε ότι:

**i.** $ΑΔ = 1$, **ii.** $ΒΓ = \sqrt{2}$.

**37.** Από σημείο Ρ εκτός κύκλου που έχει κέντρο Ο και ακτίνα ρ φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΡΑ και την ΡΟ που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Β. Έστω ότι είναι $A\hat{P}O = 30°$.



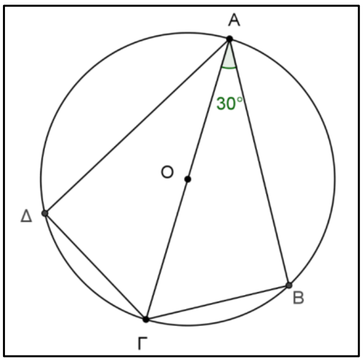

**α)** Να αποδείξετε ότι:

**i.** το σημείο Β είναι το μέσο του ΟΡ,

**ii.** $B\hat{A}P = 30°$ .

**β)** Αν επιπλέον είναι ΒΡ = 5, να βρείτε την ακτίνα του κύκλου και το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΡΑ.

**38.** Θεωρούμε τετράπλευρο ΑΒΓΔ του οποίου οι κορυφές είναι σημεία κύκλου κέντρου Ο και ακτίνας ρ και οι πλευρές του ΒΓ και ΔΓ είναι ίσες. Η διαγώνιος ΑΓ του ΑΒΓΔ είναι διάμετρος του κύκλου και να σχηματίζει με την πλευρά ΑΒ γωνία ίση με 30°, δηλαδή $B\hat{A}\Gamma = 30°$.



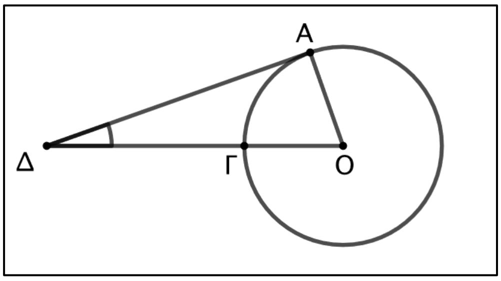

**α)** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΓ είναι ορθογώνια.

**β)** Αν είναι ΒΓ = ΔΓ = 4,

**i.** να αποδείξετε ότι ΑΓ = 8,

**ii.** να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΔ.

**39.** Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και εξωτερικό σημείο του Δ. Φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΔΑ και τη διακεντρική ευθεία ΔΟ η οποία τέμνει τον κύκλο στο σημείο Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα.




**α)** Να αποδείξετε ότι η γωνία $\Delta\hat{A}O$ είναι ορθή.

**β)** Αν $A\hat{\Delta}O = 20^o$, τότε να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $A\hat{O}\Delta$.

**γ)** Αν είναι ΟΑ = 1 και ΟΔ = 2, τότε:

**i.** Να αποδείξετε ότι $A\hat{\Delta}O = 30^o$.

**ii.** Να υπολογίσετε το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΑΔ.