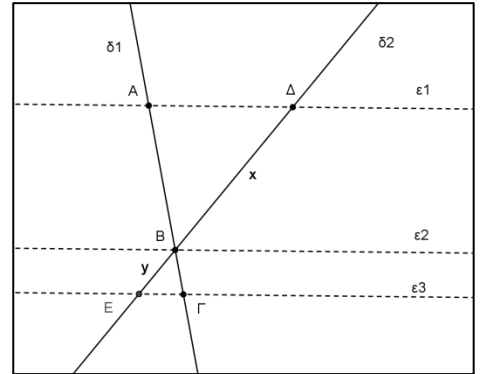


7.7 Θεώρημα του Θαλή

1. Στο σχήμα που ακολουθεί, οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ είναι παράλληλες και τέμνουν τις ευθείες δ_1, δ_2 στα σημεία A, B, Γ και Δ, B, E αντίστοιχα. Έστω ότι είναι $AB=14$ και $B\Gamma=4$.

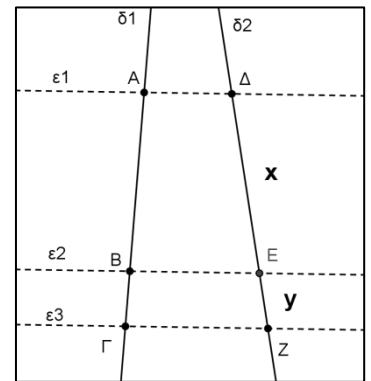


α) Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{AB}{B\Gamma}$.

β) Να αποδείξετε ότι $\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{x}{y}$ όπου $x = B\Delta$ και $y = BE$.

γ) Αν είναι $x = 16$, να υπολογίσετε το y .

2. Στο σχήμα που ακολουθεί, οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ είναι παράλληλες και τέμνουν τις ευθείες δ_1, δ_2 στα σημεία A, B, Γ και Δ, E, Z αντίστοιχα. Έστω ότι είναι $AB=10$ και $B\Gamma=3$.



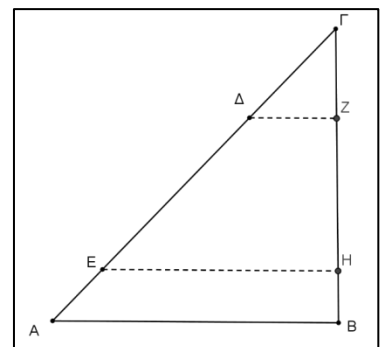
α) Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{B\Gamma}{AB}$.

β) i. Να συμπληρώσετε τα κενά στην αναλογία που ακολουθεί, αιτιολογώντας την απάντησή σας: $\frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{EZ} = \frac{A\Gamma}{\dots}$.

ii. Να δείξετε ότι $\frac{B\Gamma}{AB} = \frac{y}{x}$, όπου $x = \Delta E$ και $y = EZ$.

γ) Αν είναι $y = 4$, να υπολογίσετε το x .

3. Οι ΔZ και EH είναι παράλληλες με την πλευρά AB του τριγώνου ABΓ και τέμνουν την πλευρά ΓΑ στα σημεία Δ, E και την πλευρά ΓB στα σημεία Z, H αντίστοιχα, τέτοια ώστε $\Gamma\Delta=3$, $\Delta E=6$ και $ZH=4$.



α) i. Να συμπληρώσετε τα κενά στην παρακάτω αναλογία, εφαρμόζοντας το θεώρημα του Θαλή στο τρίγωνο ΓΕΗ, στο οποίο η ΔZ είναι παράλληλη στην πλευρά του ΕΗ

$$\frac{\Gamma Z}{\dots} = \frac{\dots}{\Delta E}$$

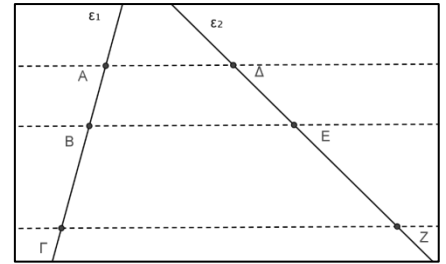
ii. Να αποδείξετε ότι $\Gamma Z = 2$.

- β) i.** Να συμπληρώσετε τα κενά στην παρακάτω αναλογία, εφαρμόζοντας το θεώρημα του Θαλή στο τρίγωνο ΓΑΒ, στο οποίο η ΕΗ είναι παράλληλη στην πλευρά του ΑΒ.

$$\frac{\dots}{\Gamma\text{H}} = \frac{\text{EA}}{\dots}$$

- ii.** Αν επιπλέον είναι $\text{HB} = 1$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΕΑ.

- 4.** Στο σχήμα που ακολουθεί, οι ευθείες ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ είναι παράλληλες, οι οποίες τέμνουν τις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 στα σημεία Α, Β, Γ και Δ, Ε, Ζ αντίστοιχα. Αν είναι $\text{AB} = 4$, $\text{B}\Gamma = 8$ και $\text{AZ} = 18$, τότε

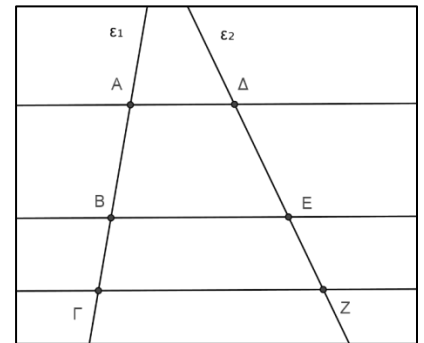


- α)** να υπολογίσετε το λόγο $\frac{\text{AB}}{\text{A}\Gamma}$,

- β)** να αιτιολογήσετε γιατί είναι $\frac{\Delta\text{E}}{\Delta\text{Z}} = \frac{1}{3}$,

- γ)** να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΔΕ και ΕΖ.

- 5.** Στο σχήμα που ακολουθεί, οι ευθείες ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ είναι παράλληλες, οι οποίες τέμνουν τις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 . Αν είναι $\text{AB} = 2$, $\Delta\text{E} = 15$ και $\text{EZ} = 10$,

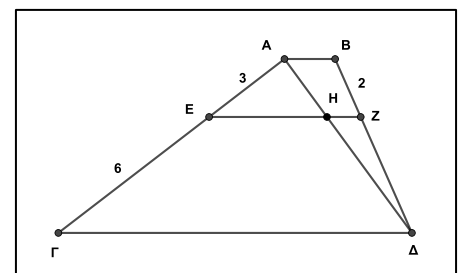


- α)** να υπολογίσετε το λόγο $\frac{\text{EZ}}{\Delta\text{E}}$,

- β)** να δείξετε ότι $\frac{\text{B}\Gamma}{\text{A}\text{B}} = \frac{2}{3}$,

- γ)** να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.

- 6.** Στο διπλανό σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΕΖ και ΓΔ είναι παράλληλα. Αν έχουμε ότι $\text{AE} = 3$, $\text{E}\Gamma = 6$ και $\text{BZ} = 2$, τότε:



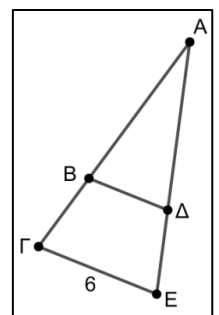
- α)** να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔΖ,

- β)** να αποδείξετε ότι $\text{H}\Delta = 2 \cdot \text{A}\text{H}$.

- 7.** Δίνεται το τραπέζιο ΒΓΕΔ του οποίου οι μη παράλληλες πλευρές ΓΒ και ΕΔ όταν προεκταθούν τέμνονται στο σημείο Α, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Επιπλέον δίνεται

ότι $\frac{\text{A}\Delta}{\text{A}\text{E}} = \frac{2}{3}$ και $\text{Γ}\text{E} = 6$.

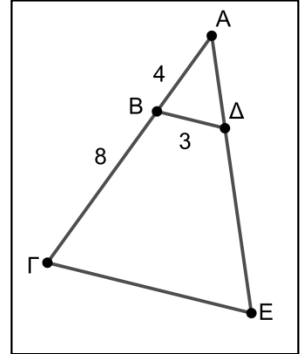
- α)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΔ.



β) Αν επιπλέον το ΒΓΕΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο και $AE = 12$:

- i.** να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές.
- ii.** να υπολογίσετε τα μήκη των υπόλοιπων πλευρών του τριγώνου ΑΒΔ.

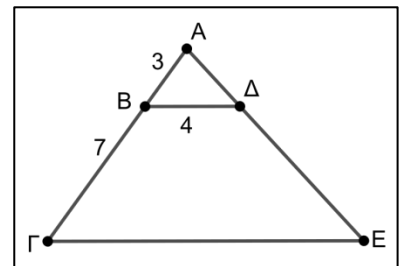
8. Δίνεται το τραπέζιο ΒΓΕΔ του οποίου οι μη παράλληλες πλευρές ΓΒ και ΕΔ όταν προεκταθούν τέμνονται στο σημείο Α, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα. Επιπλέον δίνεται ότι $AB = 4$, $BΓ = 8$ και $BΔ = 3$.



α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΕ.

β) Αν επιπλέον το ΑΒΔ είναι ισοσκελές με $AB = AΔ$, να βρείτε την περίμετρο του τραπέζιου.

9. Δίνεται το τραπέζιο ΒΓΕΔ του οποίου οι μη παράλληλες πλευρές ΓΒ και ΕΔ όταν προεκταθούν τέμνονται στο σημείο Α. Επιπλέον δίνεται ότι $AB = 3$, $BΓ = 7$ και $BΔ = 4$.



α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΑΓ και ΓΕ του τριγώνου ΑΓΕ.

β) Αν επιπλέον το ΑΒΔ είναι ισοσκελές να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΕ του τριγώνου ΑΓΕ.