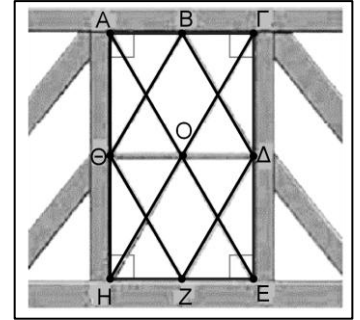


5.3 – 5.5 Ορθογώνιο –Ρόμβος –Τετράγωνο

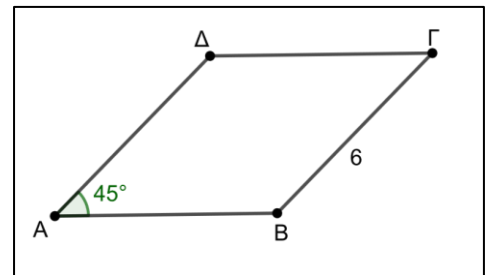
1. Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2AD$ και τα μέσα E, Z των πλευρών $AB, \Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
- το τετράπλευρο $A\epsilon\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο,
 - το τετράπλευρο $A\epsilon Z\Delta$ είναι τετράγωνο.

2. Στην εικόνα που ακολουθεί, υπάρχει το σχέδιο ενός παραθύρου με $B\Delta = \Delta Z = Z\Theta = \Theta B$ και τις γωνίες $\hat{A}\hat{\Gamma}E, \hat{\Gamma}\hat{E}H, \hat{E}\hat{H}A, \hat{H}\hat{A}\hat{\Gamma}$ ορθές.

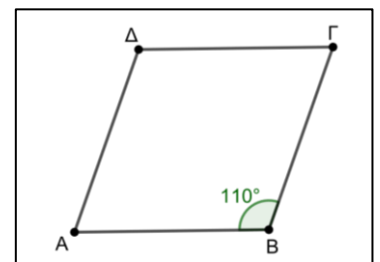


- Τι είδους τετράπλευρα είναι τα $B\Delta Z\Theta$ και $A\Gamma E H$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Ένας μαθητής λέει «τα τμήματα $A\epsilon$ και ΓH είναι ίσα μεταξύ τους» και μια μαθήτρια, όταν το άκουσε, συμπλήρωσε «και τα $AO, OE, \Gamma O$ και OH είναι ίσα μεταξύ τους». Συμφωνείτε με τους ισχυρισμούς που διατύπωσαν ο μαθητής και η μαθήτρια; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

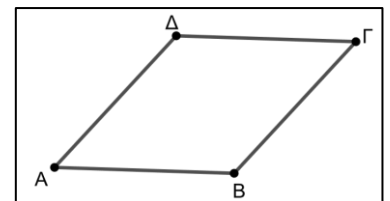
3. Στον ρόμβο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\hat{A} = 45^\circ$ και $B\Gamma = 6$.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του ρόμβου.
 - Να υπολογίσετε τα μήκη των υπόλοιπων πλευρών του ρόμβου.
 - Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Delta}$ είναι ίσο με τρεις ορθές.



4. Στον ρόμβο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\hat{B} = 110^\circ$.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\Delta}$ του ρόμβου.
 - Να σχεδιάσετε τη διαγώνιο του ρόμβου από την κορυφή Δ .
 - Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{A}\hat{B}\Delta$.

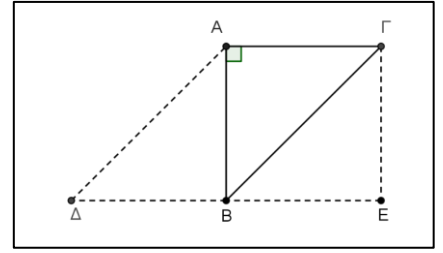


5. Ο ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ έχει περίμετρο 48.
- Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του ρόμβου.
 - Να σχεδιάσετε τις διαγωνίους του ρόμβου.



- Αν K είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου και το ευθύγραμμο τμήμα BK έχει μήκος 5, να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου $B\Delta$ του ρόμβου.

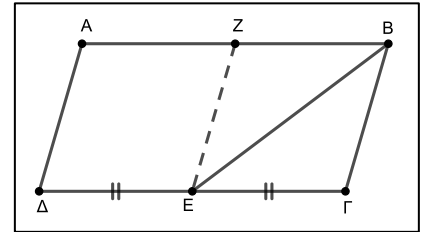
6. Στο σχήμα που ακολουθεί, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB = A\Gamma = 12$. Έστω ότι η παράλληλη από το σημείο Γ στην AB και η παράλληλη από το σημείο B στην $A\Gamma$ τέμνονται στο σημείο E .



- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $A\Gamma EB$ είναι τετράγωνο και να υπολογίσετε την περίμετρό του.
- β) Αν η παράλληλη από το A στην πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνει την ευθεία BE (προς το μέρος του B) σε σημείο Δ , να βρείτε το είδος του τετραπλεύρου $A\Gamma B\Delta$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
7. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ η πλευρά AB είναι διπλάσια της πλευράς του $B\Gamma$. Αν E, Z τα μέσα των πλευρών του AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα,
- α) Να αποδείξετε ότι τα τετράπλευρα $AEZ\Delta$ και $BEZ\Gamma$ είναι ρόμβοι.
- β) Τι είδους τετράπλευρο είναι το $A\Gamma EZ$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

8. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $AB = 2B\Gamma$ και E είναι το μέσο της πλευράς $\Gamma\Delta$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τμήμα BE διχοτομεί τη γωνία \hat{B} του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
- β) Αν το σημείο Z είναι το μέσο της πλευράς AB , τι είδους τετράπλευρο είναι το $ZB\Gamma E$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

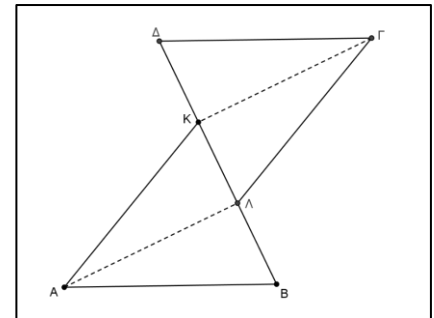


9. Τα τρίγωνα ABK και $\Gamma\Delta\Lambda$ του σχήματος είναι ίσα και ισοσκελή με $AB = AK$ και $\Gamma\Lambda = \Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Τα σημεία Λ και K είναι τα μέσα των BK και $\Delta\Lambda$ αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $AK = \Gamma\Lambda$,
- ii. $AK = \Gamma K$,
- iii. το τετράπλευρο $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο.

- β) Θα μπορούσε το παραλληλόγραμμο $AK\Gamma\Lambda$ να είναι ρόμβος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



10. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ η πλευρά AB είναι διπλάσια της πλευράς του $B\Gamma$. Αν E, Z τα μέσα των πλευρών του AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα,

- α) Να αποδείξετε ότι:

- i. τα τετράπλευρα $AEZ\Delta$ και $BEZ\Gamma$ είναι ρόμβοι,
- ii. το τετράπλευρο $A\Gamma EZ$ είναι παραλληλόγραμμο.

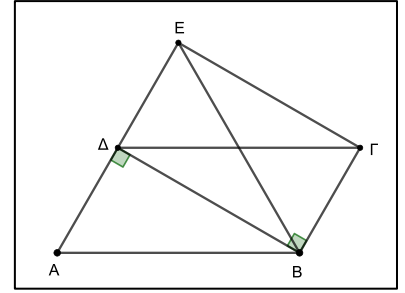
β) Πόσων μοιρών πρέπει να είναι η γωνία \hat{B} του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$, ώστε το τετράπλευρο $A\epsilon\Gamma Z$ είναι ρόμβος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

11. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος οι ΔA και $B\Gamma$ είναι κάθετες στην ΔB και επίσης είναι $A\Delta = B\Gamma = 3$.

α) Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Προεκτείνουμε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = 3$. Να αποδείξετε ότι:

- το τετράπλευρο $\Delta B\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.
- το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ισοσκελές.

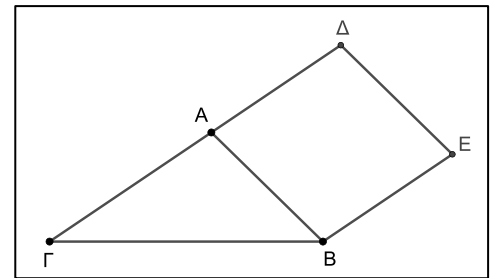


12. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά ΓA κατά τμήμα $A\Delta = AB$. Από τα B και Δ φέρνουμε παράλληλες, αντίστοιχα προς τις $A\Delta$ και AB , οι οποίες τέμνονται στο E .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ABE\Delta$ είναι ρόμβος.

β) Έστω ότι $AB = 4$, $A\Gamma = 5$ και $B\Gamma = 7$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ και ο ρόμβος $ABE\Delta$ έχουν ίσες περιμέτρους.

γ) Έστω ότι $AB = \gamma$, $A\Gamma = \beta$, $B\Gamma = \alpha$ και ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ και ο ρόμβος $ABE\Delta$ έχουν ίσες περιμέτρους. Να αποδείξετε ότι $\gamma = \frac{\alpha + \beta}{3}$.

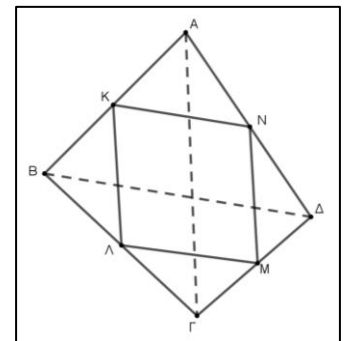


13. Έστω τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔA αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος Π του τετραπλεύρου $K\Lambda M N$ είναι $\Pi = A\Gamma + B\Delta$.

β) i. Αν το $K\Lambda M N$ είναι ορθογώνιο να αποδείξετε ότι οι διαγώνιοι του $AB\Gamma\Delta$ είναι κάθετες μεταξύ τους.

ii. Ποια επιπλέον ιδιότητα πρέπει να έχουν οι διαγώνιοι του $AB\Gamma\Delta$ ώστε το $K\Lambda M N$ να είναι τετράγωνο;



14. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$, $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\Gamma\Delta = 2AB$ και $B\hat{\Gamma}\Delta = 45^\circ$. Έστω BE κάθετη στη $\Gamma\Delta$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο M . Να αποδείξετε ότι :

- το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο,
- i. το τρίγωνο $B\epsilon\Gamma$ είναι ισοσκελές,
- ii. το τετράπλευρο $ABE\Delta$ είναι τετράγωνο.

