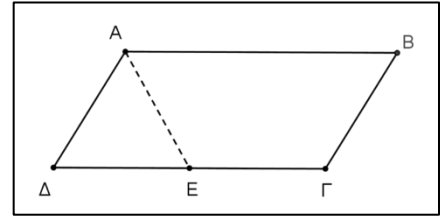


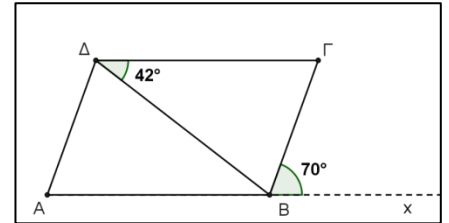
5.2 Παραλληλόγραμμα

1. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με $A\Delta < AB$. Η διχοτόμος της γωνίας του \hat{A} τέμνει την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε σημείο E .



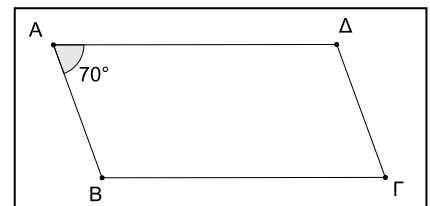
- α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $B\hat{A}E$ και $A\hat{E}\Delta$ είναι ίσες και στη συνέχεια να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.
 β) Αν είναι $AB = 2A\Delta$, να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = 2\Delta E$.

2. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο και Bx η προέκταση της πλευράς του AB προς το B .



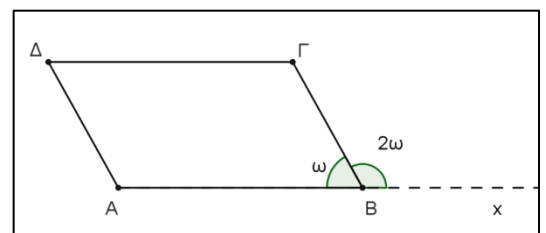
- α) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένη την ακόλουθη πρόταση: «Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος παράλληλες μεταξύ τους είναι οι πλευρές όπως και οι πλευρές, απέναντι δε γωνίες είναι οι και οι».
 β) Λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου και τις γωνίες που σημειώνονται πάνω στο σχήμα, να υπολογίσετε με τη σειρά που ζητούνται:
 i. το μέτρο της γωνίας \hat{A} .
 ii. το μέτρο της γωνίας $\hat{\Gamma}$.
 iii. το μέτρο της γωνίας $\Delta\hat{B}A$.
 Σε κάθε περίπτωση να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

3. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{A} = 70^\circ$, $AB = 5$ και $B\Gamma = 3AB$.



- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{B} = 110^\circ$.
 β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\Gamma}$, $\hat{\Delta}$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
 γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.

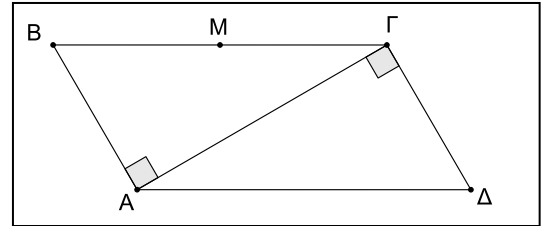
4. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο και Bx προέκταση της πλευράς του AB προς το B .



- α) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένη την ακόλουθη πρόταση: Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος παράλληλες είναι οι πλευρές και απέναντι γωνίες είναι οι
 β) Αξιοποιώντας τα δεδομένα του σχήματος να δείξετε ότι $\hat{\omega} = 60^\circ$.

γ) Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών \hat{A} , $\hat{\Delta}$ και $\hat{\Gamma}$ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Να τεκμηριώσετε με επιχειρήματα την απάντησή σας.

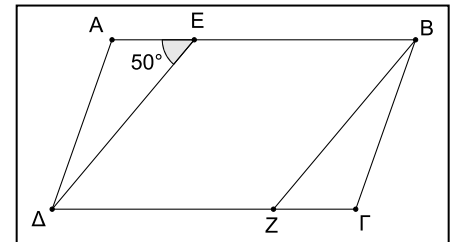
5. Τα δύο ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ του παρακάτω σχήματος έχουν κοινή πλευρά την ΑΓ και $AB = \Gamma\Delta$.



α) Να αιτιολογήσετε γιατί οι ΑΒ και ΓΔ είναι παράλληλες.

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο) Αν Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ και $A\Delta = 8$, να βρείτε το μήκος του ΒΜ.

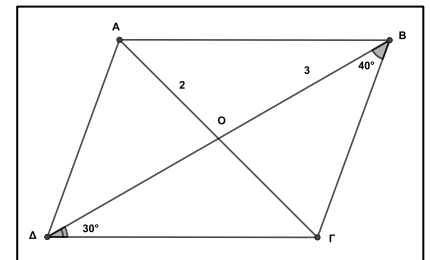
6. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και τα σημεία Ε, Ζ των πλευρών ΑΒ, ΓΔ αντίστοιχα, ώστε $BE = \Delta Z$ και $A\hat{E}\Delta = 50^\circ$.



α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΖΔΕ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $B\hat{E}\Delta$ και $B\hat{Z}\Delta$.

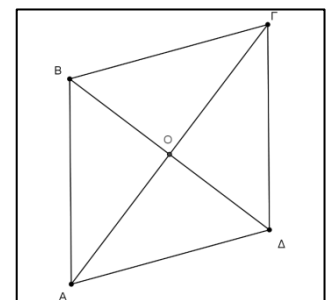
7. Στο τετράπλευρο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος ισχύουν $AB = \Gamma\Delta$ και $AB \parallel \Gamma\Delta$. Παίρνοντας υπόψιν και τα υπόλοιπα δεδομένα όπως αυτά φαίνονται στο σχήμα, να υπολογίσετε:



α) Τα μήκη των τμημάτων ΟΓ, ΟΔ, όπου Ο είναι το σημείο τομής των ΑΓ, ΒΔ.

β) Τα μέτρα των γωνιών Α, Β, Γ, Δ του τετραπλεύρου.

8. Το τετράπλευρο του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με παράλληλες πλευρές τις ΑΒ, ΔΓ και ΑΔ, ΒΓ, το σημείο Ο είναι το κέντρο του, και $A\Delta = \Delta\Gamma = 5$. Να απαντήσετε στα ερωτήματα που ακολουθούν, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

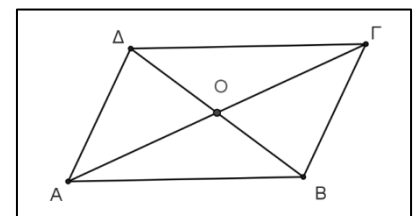


α) Να βρείτε το είδος του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ και να υπολογίσετε την περίμετρό του.

β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $A\hat{O}\Delta$.

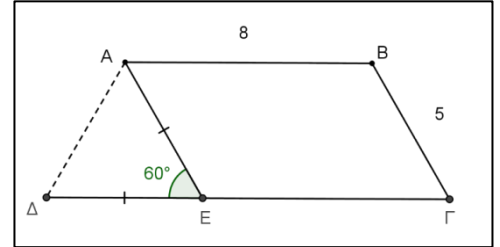
γ) Αν είναι $O\Delta = 3$ και $A\Gamma = 8$, να βρείτε τα μήκη των τμημάτων ΔΒ και ΟΓ.

9. Το τετράπλευρο του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με παράλληλες πλευρές τις ΑΒ, ΔΓ και ΑΔ, ΒΓ και διαγωνίους ΑΓ και ΔΒ, οι οποίες τέμνονται σε σημείο Ο. Αν επιπλέον είναι $A\Gamma = 5$, $O\Delta = 2,1$ και $AB = 4,2$, να απαντήσετε στις ερωτήσεις που ακολουθούν, αιτιολογώντας την απάντησή σας.



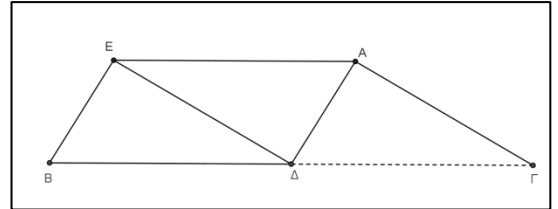
- α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $\Delta\Gamma$.
- β) Να βρείτε:
- το μήκος της διαγωνίου ΔB ,
 - το μήκος του τμήματος $O\Gamma$.

10. Στο σχήμα, το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο με $B\Gamma = 5$ και $AB = 8$. Στην προέκταση της GE προς το E θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $AE = E\Delta$ και $\hat{A}\hat{E}\hat{\Delta} = 60^\circ$.



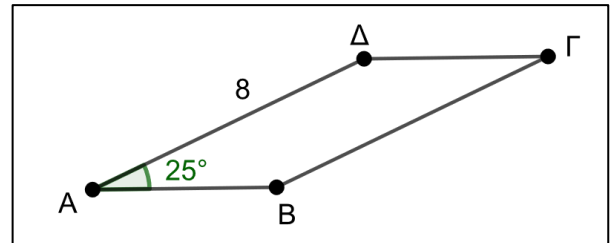
- α) Να δείξετε ότι:
- $AE = 5$ και $E\Gamma = 8$,
 - $\Delta E = A\Delta = 5$.
- β) Να υπολογίσετε την περίμετρο Π του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

11. Στο σχήμα, το τετράπλευρο $BEAD$ είναι παραλληλόγραμμο. Η παράλληλη από το A προς την ED (δηλαδή η $A\Gamma$), τέμνει την προέκταση της $B\Delta$ προς το Δ σε σημείο Γ .



- α) Να εξηγήσετε γιατί το τμήμα EA είναι παράλληλο στο τμήμα $\Delta\Gamma$.
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta E A \Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.
- γ) Αν $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$.

12. Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\hat{A} = 25^\circ$ και $A\Delta = 8$. Να υπολογίσετε:



- α) Το μέτρο της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
- β) Το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
- γ) Τα μέτρα των υπόλοιπων γωνιών του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.

13. Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $A\Delta < AB$, τη διχοτόμο της γωνίας του \hat{A} η οποία τέμνει την πλευρά του $\Delta\Gamma$ σε σημείο E και τους ισχυρισμούς:

Ισχυρισμός 1: «Το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία A , Δ και E είναι ισοσκελές».

Ισχυρισμός 2: « Το τμήμα ΔE είναι ίσο με την πλευρά $B\Gamma$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ ».

- α) Να χαρακτηρίσετε κάθε έναν από τους παραπάνω ισχυρισμούς ως αληθή ή ψευδή, αιτιολογώντας την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.
- β) Ποιο θα είναι το μέτρο των γωνιών του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ ώστε το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία A , Δ και E να είναι ισόπλευρο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.