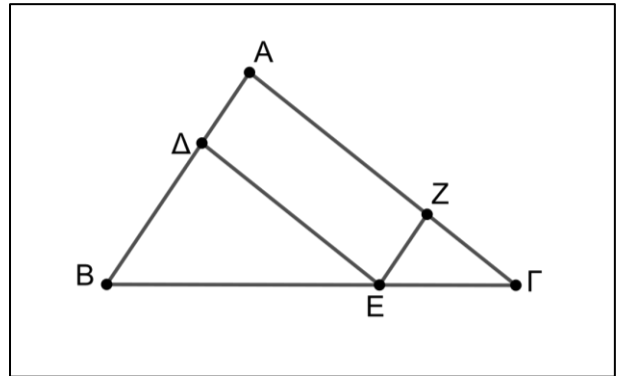


## 7.7 Θεώρημα Θαλή

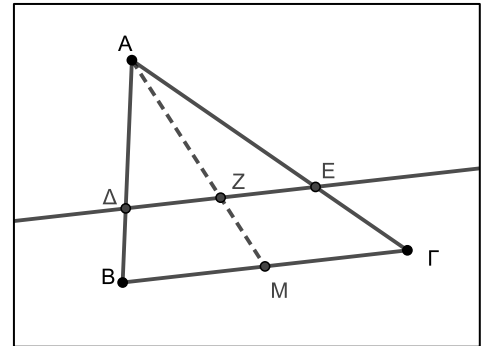
1. Δίνεται το τρίγωνο  $AB\Gamma$  και τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$  και  $Z$  των πλευρών του  $AB$ ,  $B\Gamma$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα, ώστε η  $\Delta E$  να είναι παράλληλη στην  $A\Gamma$ . Επίσης  $AB = 3A\Delta$ .



α) Να βρείτε τους λόγους  $\frac{B\Delta}{A\Delta}$  και  $\frac{BE}{E\Gamma}$ .

- β) Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι  $A\Gamma = 3,9$  και  $\Gamma Z = 1,3$  να αποδείξετε ότι η  $ZE$  είναι παράλληλη της  $AB$ .

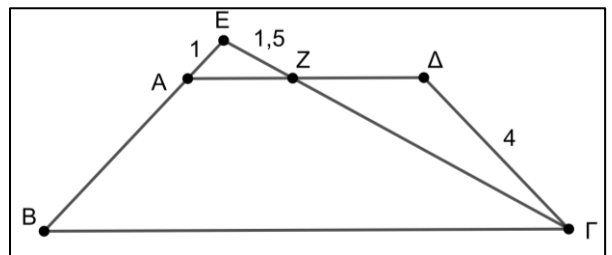
2. Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = 6$  και  $A\Gamma = 9$ .  $AM$  είναι η διάμεσος του τριγώνου και το σημείο  $Z$  εσωτερικό στην  $AM$  ώστε να σχηματίζει λόγο  $\frac{AZ}{AM} = \frac{2}{3}$ . Από το σημείο  $Z$  φέρουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά  $B\Gamma$ , που τέμνει τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  στα σημεία  $\Delta$  και  $E$  αντίστοιχα.



α) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{2}{3}$  και  $\frac{AE}{E\Gamma} = 2$ .

- β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων  $A\Delta$  και  $E\Gamma$ .

3. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB = \Gamma\Delta = 4$  και με βάσεις  $A\Delta$  και  $B\Gamma$ . Στην προέκταση της πλευράς  $BA$  προς το  $A$  παίρνουμε σημείο  $E$ , ώστε  $EA = 1$ . Το ευθύγραμμο τμήμα  $E\Gamma$  τέμνει την  $A\Delta$  στο σημείο  $Z$  και  $EZ = 1,5$ .



α) Να αποδείξετε ότι  $Z\Gamma = 1,5AB$ .

- β) Να υπολογίσετε το μήκος του  $Z\Gamma$ .

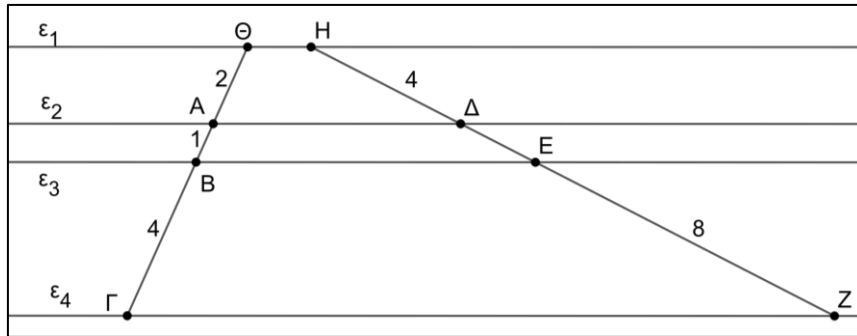
γ) Αν επιπλέον  $B\Gamma = 10$ , να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς  $AZ$  του τριγώνου  $EAZ$ .

4. Οι ευθείες  $\Gamma\Theta$  και  $ZH$  τέμνουν τις παράλληλες ευθείες  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  και  $\epsilon_3$  στα σημεία  $\Theta$ ,  $A$ ,  $B$  και  $H$ ,  $\Delta$ ,  $E$  αντίστοιχα και την ευθεία  $\epsilon_4$  στα σημεία  $\Gamma$  και  $Z$  όπως στο παρακάτω σχήμα. Επίσης δίνονται τα μήκη  $\Theta A = 2$ ,  $AB = 1$ ,  $B\Gamma = H\Delta = 4$  και  $EZ = 8$ .

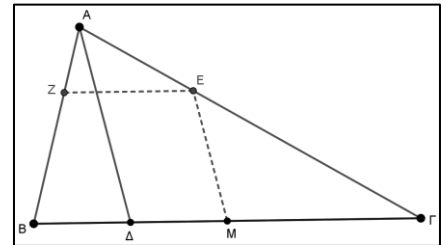
α) Να αποδείξετε ότι  $\Delta E = 2$ .

- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $\epsilon_4$  είναι παράλληλη στις ευθείες  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  και  $\epsilon_3$ .

- γ) Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘΖ το οποίο τέμνει την ευθεία  $\epsilon_2$  στο Κ και την ευθεία  $\epsilon_4$  στο Λ και να υπολογίσετε τον λόγο  $\frac{\Lambda Z}{\text{ΚΛ}}$ .

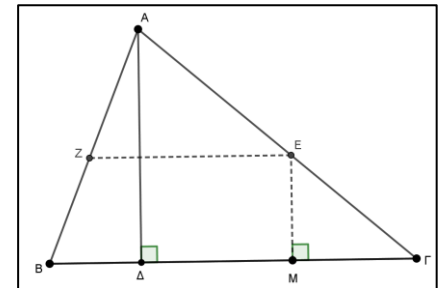


5. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, το Μ είναι μέσο της πλευράς ΒΓ και το Δ είναι το μέσο του ΜΒ. Από το Μ φέρνουμε παράλληλη στην ΑΔ, που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:



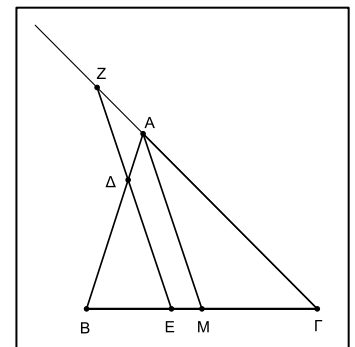
α)  $\frac{EA}{EG} = \frac{1}{2}$ ,                      β)  $\frac{ZA}{ZB} = \frac{1}{2}$ .

6. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου. Η κάθετος στην πλευρά ΒΓ σε ένα άλλο σημείο της Μ τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:



α)  $\frac{ZA}{ZB} = \frac{EA}{EG}$ ,                      β)  $\frac{ZA}{ZB} = \frac{MD}{MG}$ .

7. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Θεωρούμε ΑΜ τη διάμεσό του και Ε τυχαίο σημείο του τμήματος ΒΜ. Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΑΜ που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΓΑ στο Ζ.



- α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

i.  $\frac{\Delta E}{\dots} = \frac{\dots}{BM} = \frac{B\Delta}{\dots}$ ,                      ii.  $\frac{\dots}{AM} = \frac{GE}{\dots} = \frac{\dots}{GA}$ .

- β) Να αποδείξετε ότι  $\Delta E + EZ = 2AM$  για οποιαδήποτε θέση του Ε στο ΒΜ.