

11.5 Μήκος τόξου

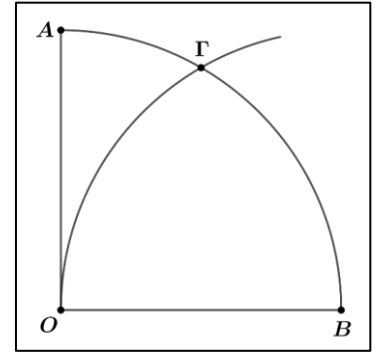
1. Δίνεται τεταρτοκύκλιο Ο ΑΒ κέντρου Ο και ακτίνας R. Αν ο κύκλος κέντρου Β και ακτίνας R τέμνει το τόξο ΑΒ στο σημείο Γ όπως στο σχήμα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΒΓ είναι ισόπλευρο και το μήκος $\ell_{\text{ΒΓ}}$ του

$$\text{τόξου ΒΓ είναι } \ell_{\text{ΒΓ}} = \frac{\pi R}{3}.$$

β) Να αποδείξετε ότι το μήκος του τόξου ΑΓ είναι $\ell_{\text{ΑΓ}} = \frac{\pi R}{6}$.

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΟΑΓ που αποτελείται από το ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ και τα τόξα ΑΓ και ΟΓ.

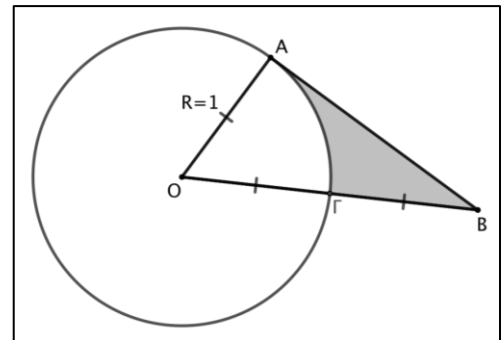


2. Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα $R=1$. Θεωρούμε ακτίνα ΟΓ την οποία προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Gamma\text{B}=\text{ΟΓ}=R$ και το εφαπτόμενο τμήμα ΒΑ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι $\text{ΟΒ}\hat{A}=30^\circ$.

β) Να αποδείξετε ότι $\text{ΑΒ}=\sqrt{3}$.

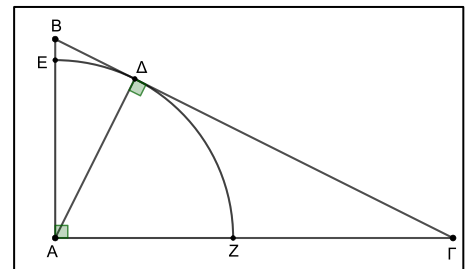
γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.



3. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος, το Δ είναι η προβολή της κορυφής Α στην υποτείνουσα ΒΓ και είναι $\text{ΒΔ}=1$ και $\Delta\Gamma=4$.

α) Να αποδείξετε ότι $\text{ΑΔ}=2$.

β) Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΔ γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ, στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου ΕΛΖ.



4. Στο διπλανό σχήμα τρεις κυκλικοί τροχοί με ίσες ακτίνες μήκους R, έχουν τα κέντρα τους στις κορυφές τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β και γ. Ένας τεντωμένος μάντας μήκους L συνδέει τους τρεις ίσους τροχούς όπως στο σχήμα και εφάπτεται σε αυτούς στα σημεία Κ, Λ, Μ, Ν, Ρ, Σ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. το τετράπλευρο ΑΛΜΓ είναι ορθογώνιο,

ii. η κυρτή γωνία $\text{Κ}\hat{\text{Α}}\text{Λ}$ και η γωνία $\hat{\text{Α}}$ του τριγώνου ΑΒΓ είναι παραπληρωματικές.

β) Αν $\text{Κ}\hat{\text{Α}}\text{Λ}=\hat{\omega}$, $\text{Σ}\hat{\text{Β}}\text{Ρ}=\hat{\theta}$, $\text{Μ}\hat{\Gamma}\text{Ν}=\hat{\phi}$, να αποδείξετε ότι $\hat{\omega}+\hat{\theta}+\hat{\phi}=360^\circ$.

γ) Να αποδείξετε ότι το μήκος του μάντα L είναι $L=2(\tau+\pi R)$ όπου τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ.

