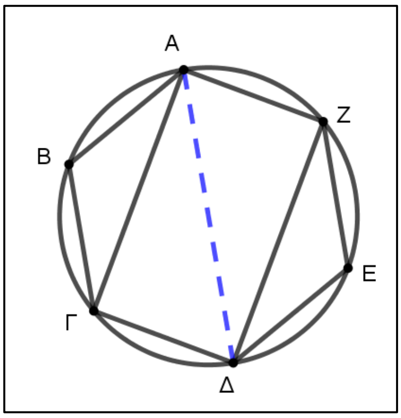
## 11.2 Ιδιότητες και στοιχεία κανονικών πολυγώνων

**1.** Δύο κανονικά πολύγωνα έχουν πλήθος πλευρών $\nu_1$ και $\nu_2$, κεντρικές γωνίες $\omega_1$ και $\omega_2$ και γωνίες $\varphi_1$ και $\varphi_2$, αντίστοιχα. Αν ο λόγος του $\nu_1$ προς το $\nu_2$ είναι ίσος με $\frac{1}{2}$, τότε:

**α)** Να υπολογίσετε τον λόγο των αντίστοιχων κεντρικών γωνιών $\omega_1$ και $\omega_2$ αυτών των πολυγώνων.

**β)** Αν το πλήθος των πλευρών ενός από τα δύο κανονικά πολύγωνα είναι $\nu_1 = 5$, να υπολογίσετε τον λόγο των γωνιών των τους $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$.

**2.** Έστω ΑΒΓΔΕΖ κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο $(O, R)$.




**α)** Να αποδείξετε ότι:

**i.** η διαγώνιος ΑΔ του εξαγώνου είναι διάμετρος του κύκλου,

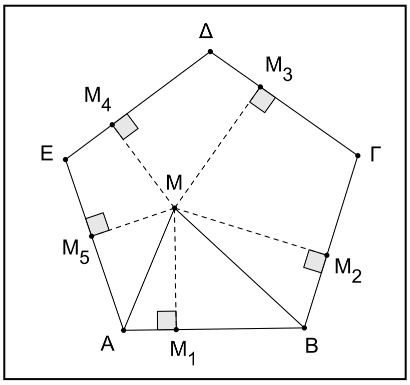
**ii.** οι γωνίες $\Gamma\widehat{A}\Delta$ και $A\widehat{\Delta}Z$ είναι ίσες,

**iii.** οι διαγώνιοί ΑΓ και ΖΔ του εξαγώνου είναι παράλληλες,

**iv.** το τετράπλευρο ΑΓΔΖ είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του συναρτήσει της ακτίνας R του κύκλου.

**β)** Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι σε κάθε κανονικό πολύγωνο με περισσότερες από πέντε πλευρές υπάρχουν τουλάχιστον δύο διαγώνιοι που να είναι παράλληλες. Συμφωνείτε με την άποψη αυτού του μαθητή; Να αιτιολογήστε τον ισχυρισμό σας.

**3.** Δίνεται κανονικό πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ και σημείο Μ στο εσωτερικό του. Έστω $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$ οι προβολές του σημείου Μ στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ αντίστοιχα.




**α)** Να αποδείξετε ότι:

**i.** $(ABM) = \frac{1}{2} \cdot \lambda_5 \cdot MM_1$, όπου $\lambda_5$ είναι η πλευρά του κανονικού πενταγώνου.

**ii.** $(AB\Gamma\Delta E) = \frac{1}{2} \cdot \lambda_5 \cdot (MM_1 + MM_2 + MM_3 + MM_4 + MM_5)$.

**iii.** $MM_1 + MM_2 + MM_3 + MM_4 + MM_5 = 5\alpha_5$, όπου $\alpha_5$ είναι το απόστημα του κανονικού πενταγώνου.

**β)** Ένας μαθητής διατύπωσε τον ισχυρισμό: «Αν Μ είναι ένα εσωτερικό σημείο ενός κανονικού ν-γώνου $A_1A_2...A_\nu$ και $M_\nu$ $M_1, M_2, ..., M_\nu$ είναι οι προβολές του σημείου Μ στις πλευρές $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_\nu A_1$ αντίστοιχα, τότε $MM_1 + MM_2 + ... + MM_\nu = \nu\alpha_\nu$, όπου $\alpha_\nu$ είναι το απόστημα του κανονικού ν-γώνου».
Να αποδείξετε ότι ο ισχυρισμός του μαθητή είναι σωστός.