

10.4 Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6$, $B\Gamma = 4$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2\sqrt{7}$.

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

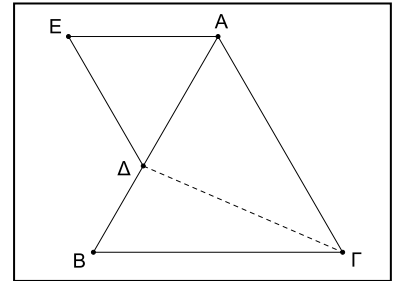
Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$.

2. Στο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο πλευράς 10 και το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισόπλευρο πλευράς 6.

α) Να αποδείξετε ότι $(A\Gamma\Delta) = 15\sqrt{3}$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Gamma\Delta E$.

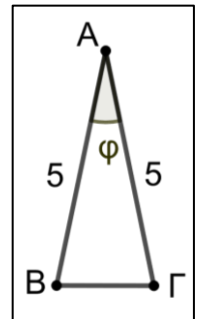
Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 5$ και η γωνία της κορυφής $\hat{\phi}$ έχει $\eta\mu\phi = \frac{2}{5}$.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να σχεδιάσετε το ύψος BH του τριγώνου $AB\Gamma$ και να υπολογίσετε το μήκος του.



4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $\beta = 8$ και $\gamma = 6$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = 24$.

β) Να υπολογίσετε:

- i. να υπολογιστεί το μήκος της πλευράς α του τριγώνου $AB\Gamma$,
- ii. το ύψος του u_α που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα α του τριγώνου,
- iii. την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

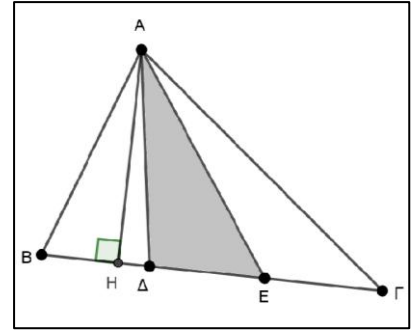
5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 2$, $A\Gamma = 3$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς $B\Gamma$,

β) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$,

γ) το ύψος u_α .

6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και στην πλευρά του $B\Gamma$, τα σημεία Δ, E ώστε $B\Delta = \Delta E = E\Gamma$. Από την κορυφή A , φέρνουμε το ύψος AH του τριγώνου $AB\Gamma$.



α) Να αποδείξετε ότι $(A\Delta E) = \frac{1}{3}(AB\Gamma)$.

β) Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι $(AM E) = \frac{1}{6}(AB\Gamma)$.

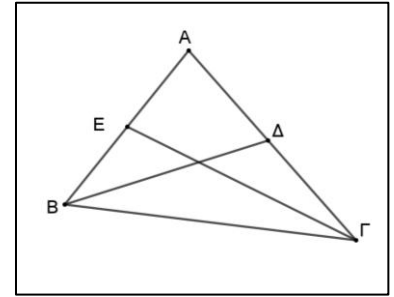
7. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = 8$, $A\Gamma = 12$ και γωνία $\hat{A} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $(AB\Gamma) = 24\sqrt{3}$.

- β) Αν $B\Delta$ και ΓE διάμεσοι του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι :

i. τα τρίγωνα $B\Gamma E$ και $A\Gamma E$ είναι ισοδύναμα.

ii. τα τρίγωνα $E\Gamma B$ και $\Delta\Gamma B$ είναι ισοδύναμα με $(E\Gamma B) = (\Delta\Gamma B) = 12\sqrt{3}$.



8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 5$ και $\hat{A} = 120^\circ$. Να αποδείξετε ότι:

α) $B\Gamma = 5\sqrt{3}$,

β) $(AB\Gamma) = \frac{25\sqrt{3}}{4}$.

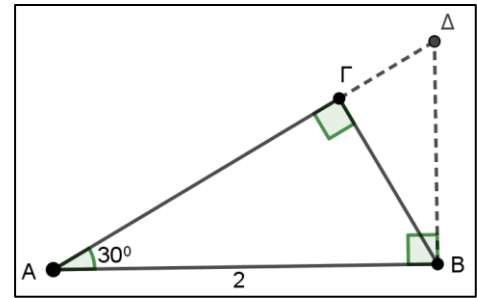
9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{A} = 30^\circ$ και $AB = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = \sqrt{3}$.

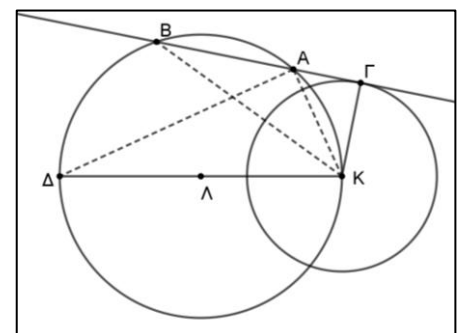
- β) Φέρνουμε κάθετη στην AB , στο σημείο B , που τέμνει την

προέκταση της $A\Gamma$ στο Δ . Να αποδείξετε ότι $A\Delta = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

γ) Αν K είναι το μέσο της $A\Delta$, να αποδείξετε ότι $(KAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



10. Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Λ και ακτίνα $R = 10$, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο K και ακτίνα $\rho = 6$. Η εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο του Γ τέμνει τον κύκλο (Λ, R) στα σημεία A και B . Η προέκταση της $K\Lambda$ προς το Λ τέμνει τον κύκλο (Λ, R) στο σημείο Δ .



- α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα $K\Gamma B$ και $K\Lambda\Delta$ είναι όμοια,

ii. $KA \cdot KB = 120$,

β) Αν είναι $KB = 15$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΚ.

11. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 8$, $BΓ = 7$ και $\hat{A} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $AΓ = 3$ ή $AΓ = 5$.

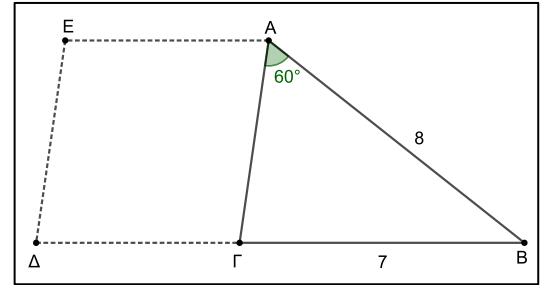
β) Έστω ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι οξυγώνιο όπως στο σχήμα.

i. Να αποδείξετε ότι $AΓ = 5$.

ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι $(ABΓ) = 10\sqrt{3}$.

iii. Προεκτείνουμε τη ΒΓ κατά τμήμα $ΓΔ = AΓ$ και σχηματίζουμε τον ρόμβο ΑΓΔΕ.

Να βρείτε το εμβαδόν του ρόμβου ΑΓΔΕ.

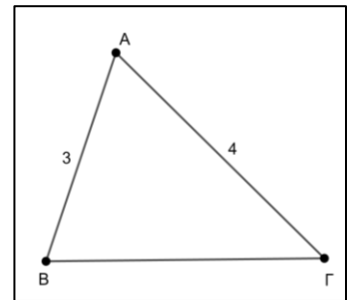


12. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ του οποίου οι πλευρές ΑΒ και ΑΓ έχουν σταθερά μήκη 3 και 4 αντίστοιχα.

α) Αν η γωνία Α έχει μέτρο 60° , τότε να υπολογίσετε:

i. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ,

ii. το μήκος της πλευράς ΒΓ.



β) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας Α ώστε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ να γίνεται μέγιστο;

Να υπολογίσετε το μέγιστο εμβαδόν και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.