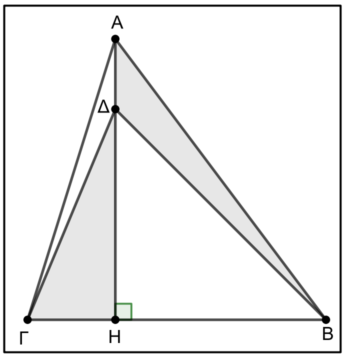
10.3 Εμβαδόν βασικών ευθύγραμμων σχημάτων

1. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος το ΑΗ είναι ύψος και το Δ σημείο του ΑΗ. Δίνονται $ΑΒ = 20$, $ΒΗ = 12$, $ΓΗ = 5$ και ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΔ είναι $(ΑΒΔ) = 24$.

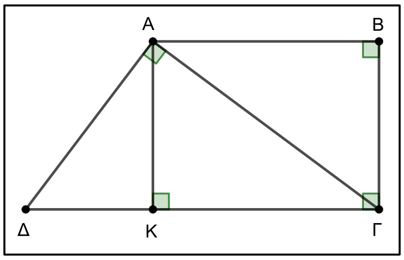


α) Να αποδείξετε ότι $ΑΗ = 16$.

β) Να αποδείξετε ότι $ΑΔ = 4$.

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΗ .

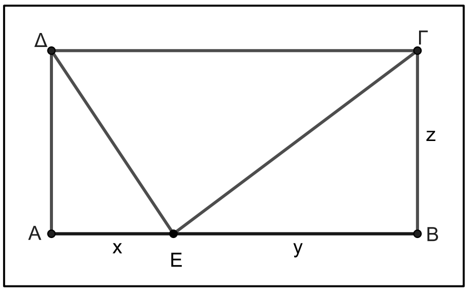
2. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{Β} = \hat{Γ} = 90^{\circ}$ και στο οποίο η πλευρά ΑΔ και η διαγώνιος ΑΓ είναι κάθετες. Έστω Κ η προβολή της κορυφής Α στην πλευρά ΓΔ, $ΚΔ = 9$ και $ΚΓ = 16$.



α) Να αποδείξετε ότι $ΑΚ = 12$.

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ .

3. Η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ του σχήματος είναι 36 και το Ε είναι σημείο στην πλευρά ΑΒ. Τα μήκη των τμημάτων x, y, z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

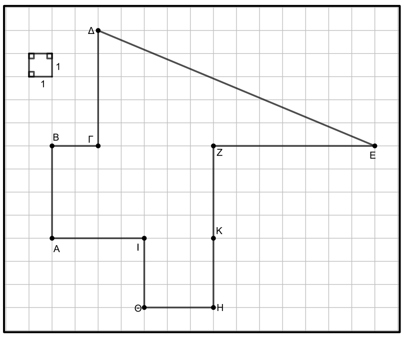


α) Να αποδείξετε ότι $x = 4$, $y = 8$, $z = 6$.

β) **i.** Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ.

ii. Να βρεθεί ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου ΓΔΕ προς το εμβαδό του ορθογωνίου ΑΒΓΔ.

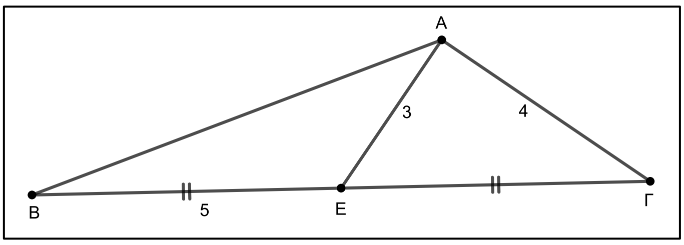
4. Στο διπλανό σχήμα:



α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΔΕ.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την τεθλασμένη γραμμή ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΑ.

5. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ έχει μήκος 3 και η πλευρά ΑΓ είναι ίση με 4. Αν $ΒΕ = 5$, τότε:



α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ΑΕ είναι κάθετη στην πλευρά ΑΓ.

β) **i.** Να δικαιολογήσετε γιατί $(\text{ΑΒΕ})=(\text{ΑΓΕ})$.

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

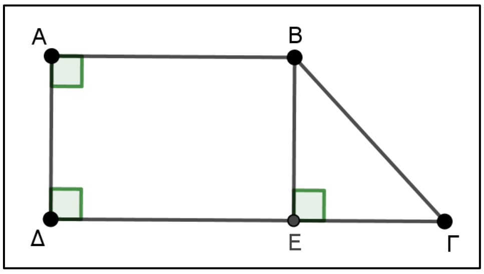
6. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\text{ΒΓ}=\sqrt{3}$, $\text{ΑΒ}=\sqrt{2}$, $\text{ΑΓ}=1$.

α) Να αποδείξετε ότι $\hat{\text{Α}}=90^\circ$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ .

7. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος, με $\hat{\text{Α}}=\hat{\text{Δ}}=90^\circ$ και $\text{ΑΔ}=4$, $\text{ΑΒ}=5$, $\text{ΔΓ}=8$. Από την κορυφή Β του τραπεζίου, φέρνουμε την ΒΕ κάθετη στην πλευρά ΔΓ.

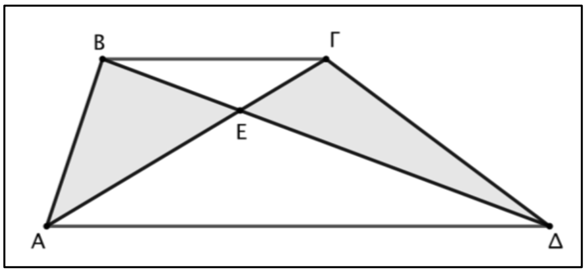


α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΕΓ.

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ του τραπεζίου.

γ) Να υπολογίσετε το λόγο: $\dfrac{(\text{ΒΔΓ})}{(\text{ΑΒΓΔ})}$.

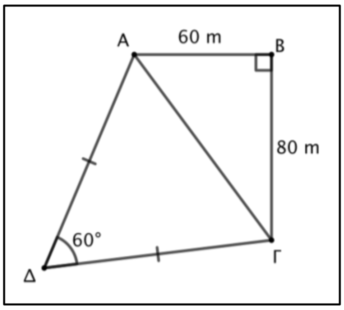
8. Θεωρούμε τραπέζιο ΑΒΓΔ $(\text{ΒΓ}//\text{ΑΔ})$ και έστω Ε το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι ισοδύναμα.

β) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των γραμμοσκιασμένων τριγώνων ΑΒΕ και ΔΓΕ.

9. Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με $\text{ΑΒ}=60\text{ m}$, $\text{ΒΓ}=80\text{ m}$, $\hat{\text{Δ}}=60^\circ$, $\hat{\text{Β}}=90^\circ$ και $\text{ΑΔ}=\text{ΓΔ}$.

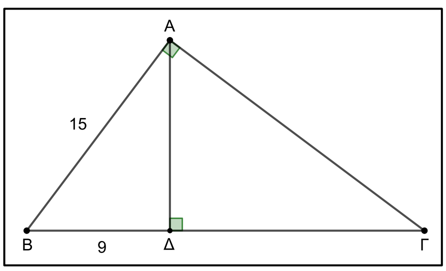


α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΑΓ.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΓ. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος;

10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{\text{Α}}=90^\circ$ και έστω Δ η προβολή της κορυφής Α στην υποτείνουσα ΒΓ. Έστω επίσης $\text{ΑΒ}=15$ και $\text{ΔΒ}=9$.

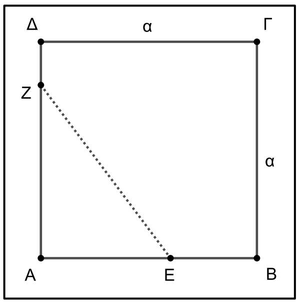


α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\text{ΒΓ}=25$, **ii.** $\text{ΑΓ}=20$

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ .

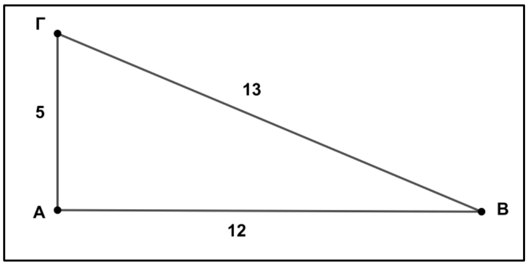
11. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α. Στην πλευρά ΑΒ θεωρούμε σημείο Ε έτσι ώστε $ΑΕ = \frac{3}{5}ΑΒ$ και στην πλευρά ΑΔ θεωρούμε σημείο Ζ έτσι ώστε $ΑΖ = \frac{4}{5}ΑΔ$.



α) Να υπολογίσετε συναρτήσει του α τα εμβαδά, του τριγώνου ΑΕΖ και του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

β) Αν γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του πενταγώνου ΕΒΓΔΖ είναι ίσο με 76 να υπολογίσετε το μήκος α της πλευράς του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

12. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ = 12$, $ΑΓ = 5$ και $ΒΓ = 13$.

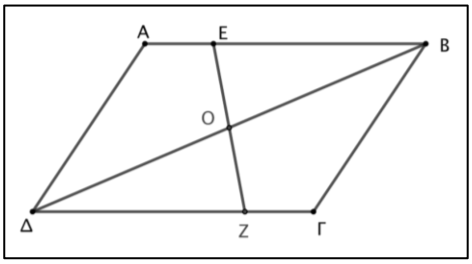


α) Να αποδείξετε ότι $\hat{Α} = 90^o$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε το ύψος $υ_α$.

13. Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από το κέντρο Ο φέρουμε ευθεία η οποία τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ στα σημεία Ε και Ζ όπως φαίνεται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι:



α) $(ΔΟΖ) = (ΒΟΕ)$,

β) $(ΔΟΕΑ) = (ΒΓΖΟ)$.

14. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $ΒΓ = 13$ και $ΓΔ = 14$. Αν ΓΕ είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο Γ στην πλευρά ΑΒ και το τμήμα ΑΕ έχει μήκος 9, τότε:

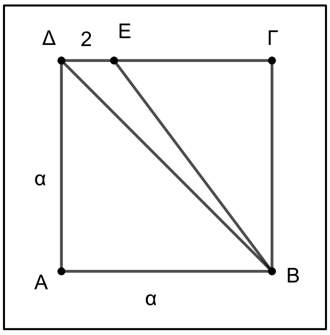
α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΕ.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό

i. του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

ii. του τραπεζίου ΑΕΓΔ.

15. Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α, θεωρούμε σημείο Ε της πλευράς του ΔΓ έτσι ώστε $ΔΕ = 2$. Αν γνωρίζουμε ότι: $(ΒΕΔ) = \frac{(ΑΒΓΔ)}{8}$ τότε:



α) Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου α είναι ίση με 8.

β) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΕ.

16. Σε τρίγωνο ΑΒΓ τα μήκη των πλευρών του είναι $\alpha = 4$, $\beta = \sqrt{17}$ και $\gamma = 5$.

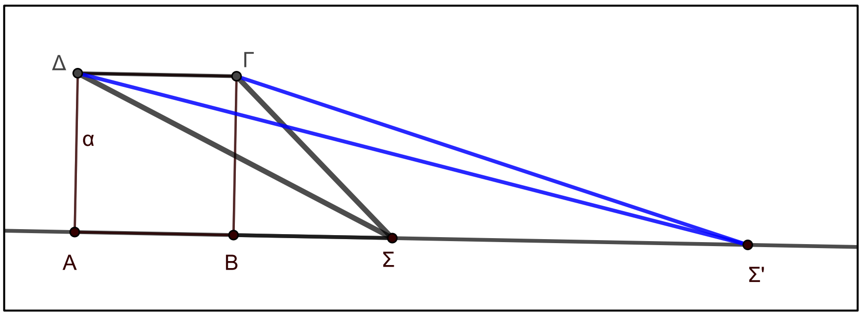
α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ, ως προς τις γωνίες του.

β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ από την κορυφή Α, τότε:

i. να υπολογίσετε το ΔΒ.

ii. να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

17. Σε τετράγωνο πλευράς α παίρνουμε σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε $ΒΣ = ΑΒ$.



α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α:

i. το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ,

ii. την περίμετρο του τριγώνου ΣΔΓ.

β) Στην τάξη του Βρασίδα η καθηγήτρια των Μαθηματικών απέδειξε ότι αν το σημείο $Σ'$ βρίσκεται στην προέκταση του ΑΒ προς το Β και κινείται απομακρυνόμενο από το σημείο Β, τότε οι πλευρές $Σ'Γ$ και $Σ'Δ$ μεγαλώνουν. Οπότε, αν το $Σ'$ είναι δεξιότερα από το Σ, θα ισχύει ότι $Σ'Γ > ΣΓ$ και $Σ'Δ > ΣΔ$.

Ο Βρασίδας ζήτησε το λόγο και διατύπωσε τον ισχυρισμό :

«Η *περίμετρος και το εμβαδό του τριγώνου* $Σ'ΔΓ$ *είναι μεγαλύτερα από την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ*».

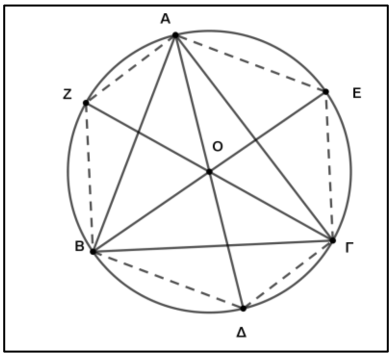
Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του Βρασίδα:

i. σχετικά με τα εμβαδά των δύο τριγώνων;

ii. σχετικά με την περίμετρο των δύο τριγώνων;

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

18. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου Ο. Θεωρούμε τις διαμέτρους ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ. Να αποδείξετε ότι:

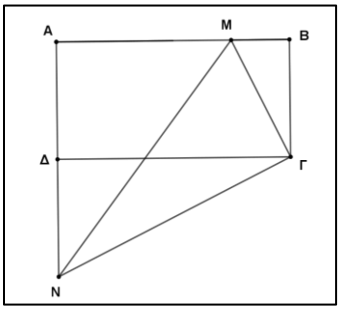


α) $(ΑΟΒ) = (ΒΟΔ)$ και $(ΑΟΓ) = (ΔΟΓ)$,

β) $(ΒΔΓ) = (ΑΟΒ) + (ΑΟΓ) - (ΒΟΓ)$,

γ) $(ΑΖΒΔΓΕ) = 2(ΑΒΓ)$.

19. Θεωρούμε ορθογώνιο ΑΒΓΔ με $ΑΒ = 2\alpha$ και $ΑΔ = \alpha$. Στην πλευρά ΑΒ θεωρούμε σημείο Μ με $ΜΒ = x$ και στην προέκταση της ΑΔ σημείο Ν με $ΔΝ = 2x$.



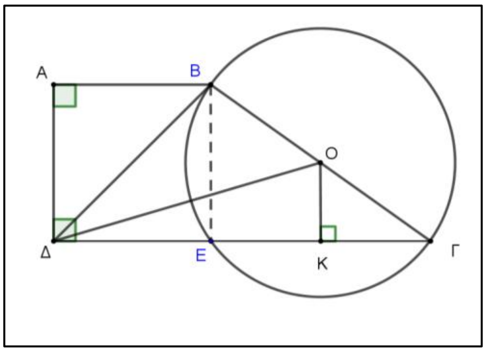
α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση των α, x τα $ΜΓ^2$, $ΝΓ^2$ και $ΜΝ^2$.

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΜΝΓ είναι ορθογώνιο.

γ) Να υπολογίσετε συναρτήσει των α, x τα εμβαδά των τριγώνων ΑΜΝ και ΓΜΝ.

δ) Να βρείτε τη θέση του σημείου Μ, πάνω στην ΑΒ ώστε τα τρίγωνα ΑΜΝ και ΓΜΝ να είναι ισεμβαδικά.

20. Έστω ΑΒΓΔ τραπέζιο με $\hat{A}=\hat{\Delta}=90^o$, $AB=5$, $\Gamma\Delta=13$ και εμβαδόν $(AB\Gamma\Delta)=54$. Ο κύκλος με διάμετρο τη ΒΓ τέμνει τη ΓΔ στο σημείο Ε.



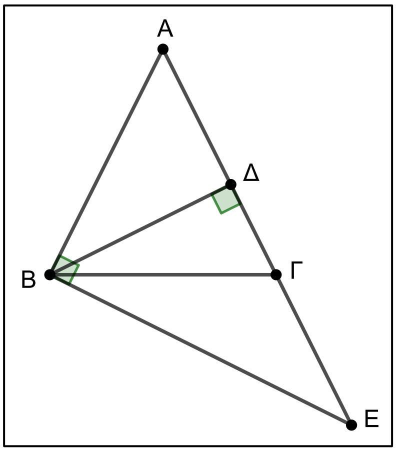
α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta=6$.

β) Να υπολογίσετε το μήκος των ΒΕ και ΒΓ.

γ) Αν ΟΚ είναι η κάθετη από το σημείο Ο στην ΕΓ, να αποδείξετε ότι ΟΚ=3, και να υπολογίσετε το μήκος της ΟΔ.

δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΔΟ.

21. Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB=A\Gamma$ και έστω Δ η προβολή του σημείου Β πάνω στην ευθεία ΑΓ. Έστω $A\Delta=3$ και $\Delta\Gamma=2$.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $B\Delta=4$, **ii.** $(AB\Gamma)=10$.

β) Έστω ότι η κάθετη της ΑΒ στο σημείο Β, τέμνει την προέκταση της ΑΓ στο σημείο Ε. Να βρείτε:

i. το μήκος του ΔΕ ,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΒΓΕ .

22. Σε τρίγωνο ΑΒΓ θεωρούμε σημείο Δ εσωτερικό της πλευράς του ΒΓ. Έστω Μ το μέσο Μ του τμήματος ΑΔ.

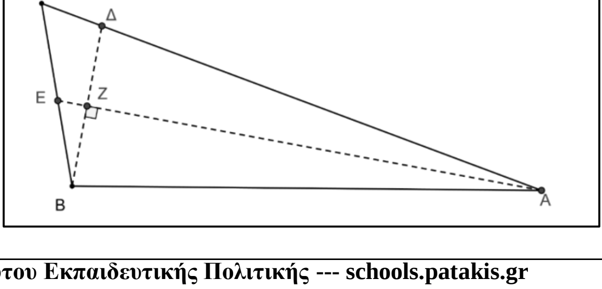
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $(ABM)=\frac{1}{2}(AB\Delta)$,

ii. $(ABM)+(M\Delta\Gamma)=\frac{1}{2}(AB\Gamma)$.

β) Να εξετάσετε αν υπάρχει θέση του σημείου Δ τέτοια ώστε τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΔΓ να έχουν ίσα εμβαδά. Στην περίπτωση που υπάρχει θέση του σημείου Δ για την οποία τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΜ και ΜΔΓ είναι ίσα, να βρείτε τι μέρος του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ είναι το εμβαδόν του κάθε τριγώνου ΑΒΜ και ΜΔΓ. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

23. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με γωνίες $\hat{A}=20^o$, $\hat{B}=100^o$, και η διχοτόμος ΑΕ της γωνίας του $\hat{A}$. Από το Β φέρνουμε την κάθετη προς την ΑΕ και έστω Ζ , Δ τα σημεία τομής της καθέτου με τις ΑΕ, ΑΓ αντίστοιχα.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\Gamma\hat{B}\Delta = \hat{A} = 20^o$,

ii. το τρίγωνο ΒΔΓ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΑΒΓ, να γράψετε τα ζεύγη των ομόλογων πλευρών τους και να αιτιολογήσετε γιατί είναι αυτές οι πλευρές ομόλογες .

β) Να σχεδιάσετε εξωτερικά του τριγώνου ΑΒΓ δύο τετράπλευρα: ένα τετράγωνο με πλευρά την ΒΓ και ένα ορθογώνιο που η μία του πλευρά είναι η πλευρά ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ και η άλλη του πλευρά είναι ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ. Να εξετάσετε αν τα δυο τετράπλευρα, που σχεδιάσατε, έχουν ίσα εμβαδά.

24. **α)** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\alpha = 40$, $\beta = 25$, $\gamma = 25$ και αντίστοιχα ύψη υ_α, υ_β, υ_γ.

Να αποδείξετε ότι:

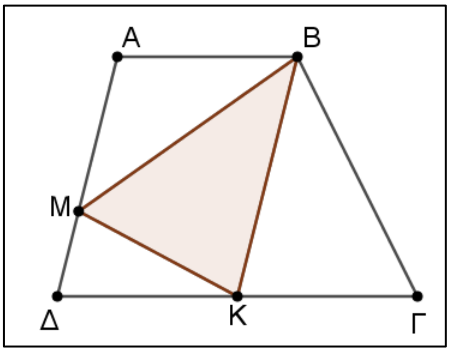
i. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο ,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι $E = 300$ και τα ύψη του είναι $\upsilon_\alpha = 15$ και $\upsilon_\beta = \upsilon_\gamma = 24$,

iii. το τρίγωνο που κατασκευάζεται με πλευρές ίσες με τα ύψη υ_α, υ_β, υ_γ είναι οξυγώνιο.

β) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Το τρίγωνο που κατασκευάζεται με πλευρές ίσες με τα ύψη οποιουδήποτε ισοσκελούς και αμβλυγωνίου τριγώνου, είναι ισοσκελές και οξυγώνιο.» Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

25. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB // \Gamma\Delta$ και $\Gamma\Delta = 2AB$. Δίνεται επίσης ότι το σημείο Κ είναι μέσο της ΓΔ και Μ τυχαίο σημείο στην ΑΔ.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $(BK\Gamma) = \frac{1}{2}(ABK\Delta)$,

ii. $(BMK) = (BK\Gamma)$.

β) Δίνεται η πρόταση: «Αν το σημείο Μ κινείται πάνω στο εσωτερικό της ΑΔ, τότε ο λόγος των εμβαδών $(AB\Gamma\Delta)$ και (MBK) παραμένει σταθερός και ίσος με 3». Να διερευνήσετε την ορθότητα της πρότασης αιτιολογώντας την απάντησή σας.

26. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με διαστάσεις $AB = 24$, $B\Gamma = 12$ και σημείο Ε στην ευθεία ΑΒ.

α) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ όταν :

i. το σημείο Ε είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ,

ii. το σημείο Ε ταυτιστεί με την κορυφή Α του ορθογωνίου.

β) Αφήνουμε το σημείο Ε να κινηθεί στην προέκταση του τμήματος ΑΒ προς το Β, απομακρυνόμενο από το σημείο Β.

i. Να εξετάσετε αν η περίμετρος του τριγώνου ΓΕΔ αυξάνεται ή μειώνεται.

ii. Για το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ συμβαίνει η ίδια μεταβολή με αυτή που απαντήσατε για την περίμετρο του τριγώνου ΓΕΔ στο ερώτημα **β)i.;** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

27. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}=90^{o}$. Με πλευρά την υποτείνουσα ΒΓ και έξω από το τρίγωνο, γράφουμε το τετράγωνο ΒΓΔΕ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΑ προς το Α και παίρνουμε σημείο Ζ τέτοιο ώστε $BZ=B\Gamma$. Από τα σημεία Γ και Ζ φέρουμε παράλληλες προς τα τμήματα ΒΖ και ΒΓ αντίστοιχα, που τέμνονται στο σημείο Η.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΒΓΗΖ είναι ρόμβος και να βρείτε τις περιμέτρους του ρόμβου και του τετραγώνου.

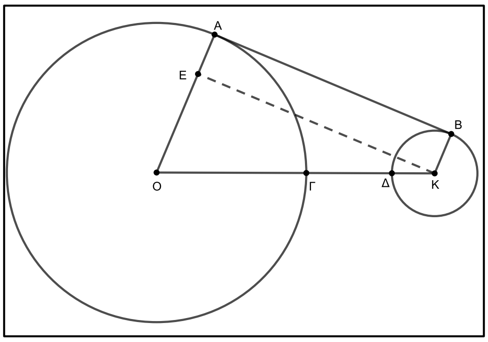
β) Δίνονται οι ισχυρισμοί:

Ισχυρισμός 1: «Ο ρόμβος και το τετράγωνο αφού έχουν ίσες περιμέτρους, θα έχουν και ίσα εμβαδά».

Ισχυρισμός 2: «Ο ρόμβος έχει μικρότερο εμβαδό από το τετράγωνο και μάλιστα, όπως έχουν κατασκευαστεί τα δύο τετράπλευρα δεν γίνεται να είναι ποτέ ισεμβαδικά».

Εξετάστε ποιος από τους 2 παραπάνω ισχυρισμούς είναι σωστός και να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

28. Δίνονται δύο κύκλοι με κέντρα Ο και Κ. Ο κύκλος με κέντρο Ο έχει ακτίνα $R=7$ ενώ ο κύκλος με κέντρο Κ έχει ακτίνα $\rho=2.$ Το τμήμα ΑΒ είναι το κοινό εξωτερικό εφαπτόμενο τμήμα των δύο κύκλων και το τμήμα ΚΕ είναι παράλληλο στο τμήμα ΑΒ με Ε σημείο του τμήματος ΟΑ. Η διάκεντρος ΟΚ τέμνει τον κύκλο (O,R) στο σημείο Γ και τον κύκλο (K,ρ) στο σημείο Δ.



α) Αν η θέση των δύο κύκλων είναι τέτοια ώστε, η απόσταση των σημείων Γ και Δ είναι $\Gamma\Delta=4,$ τότε:

i. να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΒ ,

ii. να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΚΟ .

β) Ποια πρέπει να είναι η σχετική θέση των 2 κύκλων, ώστε το εμβαδόν του ΑΒΚΕ να ισούται με $4\sqrt{14}$ τ.μ.;

29. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ, ώστε $AB>\Gamma\Delta$. Από τις κορυφές Γ κα Δ φέρουμε $\Gamma E//A\Delta$ και $\Delta Z//\Gamma B$, με Ε και Ζ σημεία στην πλευρά ΑΒ του τραπεζίου.

α) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ .

β) Να εκφράσετε τις περιμέτρους των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ ως συνάρτηση των πλευρών του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

γ) Πώς θα πρέπει να κατασκευάσουμε το τραπέζιο ΑΒΓΔ ώστε τα τετράπλευρα ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ να έχουν ίσες περιμέτρους και ίσα εμβαδά;

30. Δίνεται τετράγωνο με πλευρά α και σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε $BZ = AB$.

α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α:

i. το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.

ii. το μήκος της πλευράς ΣΓ του τριγώνου ΣΔΓ.

β) Θεωρούμε τυχαίο σημείο Σ' στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε $B\Sigma' > B\Sigma$.

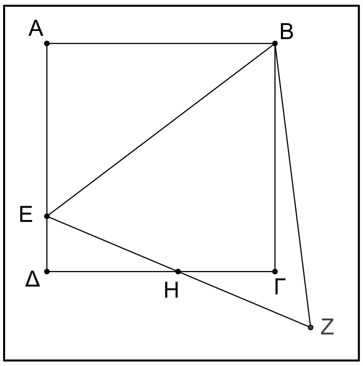
Να συγκρίνετε αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:

i. το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma'\Delta\Gamma$ με το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.

ii. το μήκος της πλευράς $\Sigma'\Gamma$ με το μήκος της πλευράς ΣΓ των τριγώνων $\Sigma'\Delta\Gamma$ και ΣΔΓ αντίστοιχα.

iii. τις αποστάσεις του σημείου Δ από τις ευθείες ΣΓ και $\Sigma'\Gamma$.

31. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 3 και σημείο Ε της πλευράς ΑΔ, ώστε $AE = 4-\sqrt{3}$. Στο ημιεπίπεδο που ορίζουν η ευθεία ΒΕ και το σημείο Γ κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο ΒΕΖ. Οι ΓΔ και ΕΖ τέμνονται στο σημείο Η και $\Delta H = \sqrt{3}$.

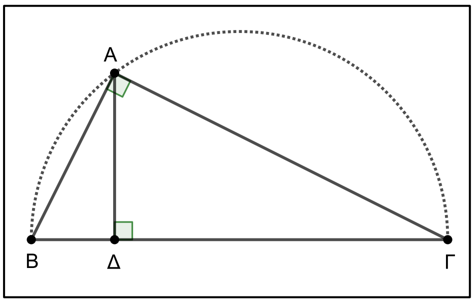


α) Να αποδείξετε ότι $BE = 2\sqrt{7-2\sqrt{3}}$.

β) Να αποδείξετε το Η είναι το μέσο της ΕΖ .

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται στο εσωτερικό του ισόπλευρου τριγώνου ΒΕΖ και εξωτερικά του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

32. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με υποτείνουσα $B\Gamma = 10$ και έστω ότι Δ είναι η προβολή της κορυφής Α στην ΒΓ .



α) Αν $\Delta B = 2$ να υπολογίσετε:

i. το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ ,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ .

β) Υποθέστε ότι το σημείο Α κινείται πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την ΒΓ .

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι $(AB\Gamma) = 5A\Delta$.

ii. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Για όλες τις θέσεις του Α πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την ΒΓ, το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ δεν υπερβαίνει το 25».

Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.