

3.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας

1. Μία γωνία ω είναι ίση με 2 ακτίνια.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η γωνία ω βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο του τριγωνομετρικού κύκλου.

β) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία ω .

2. Έστω θ μια γωνία με $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$, για την οποία ισχύει $\eta\mu\theta = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,6$.

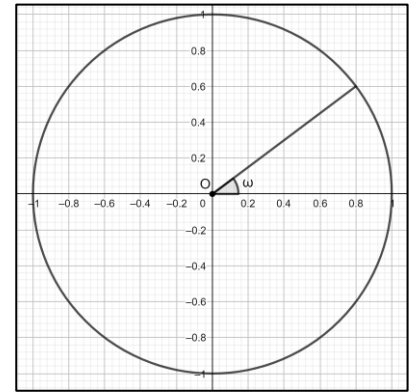
α) Να αιτιολογήσετε γιατί η θ είναι γωνία του πρώτου τεταρτημόριου του τριγωνομετρικού κύκλου.

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \sigma\upsilon\nu\theta - \sigma\upsilon\nu(2 \cdot 360^\circ + \theta)$.

3. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$.

α) Με την βοήθεια του σχήματος να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και το $\eta\mu\omega$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Αν $\eta\mu\omega = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = 0,8$, να βρείτε το $\eta\mu(-3 \cdot 360^\circ + \omega)$ και το $\sigma\upsilon\nu(-3 \cdot 360^\circ + \omega)$.

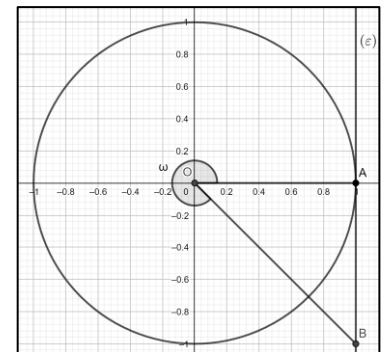


4. Στον τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$ και φέραμε την εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο σημείο A. Με βάση το σχήμα:

α) i. Είναι ο αριθμός $\sigma\upsilon\nu\omega$ θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ii. Είναι ο αριθμός $\eta\mu\omega$ θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

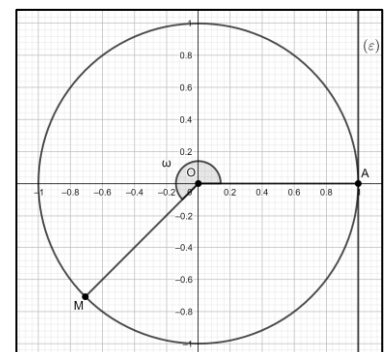
β) Να βρείτε την εφω.



5. Στον τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$ και φέραμε την εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο σημείο A. Με βάση το σχήμα:

α) i. Είναι ο αριθμός $\sigma\upsilon\nu\omega$ θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ii. Είναι ο αριθμός $\eta\mu\omega$ θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



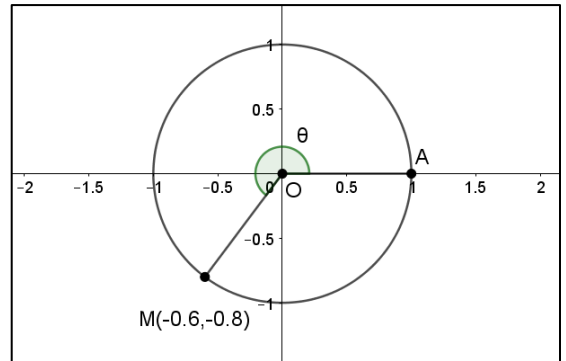
β) Να βρείτε την εφω.

6. Στο σχήμα δίνονται τα σημεία $A(1,0)$, $M(-0.6,-0.8)$ και η μη

κυρτή γωνία $\theta = \widehat{AOM}$. Να βρείτε:

α) Να βρείτε το $\sin\theta$ και το $\eta\mu\theta$.

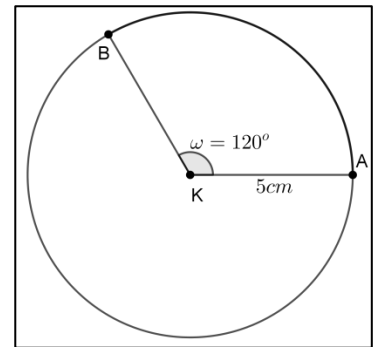
β) Να βρείτε το $\eta\mu(2\pi + \theta)$.



7. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα 5 cm . Επίσης, δίνεται τόξο AB που αντιστοιχεί σε γωνία $\hat{\omega} = 120^\circ$.

α) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας ω σε rad.

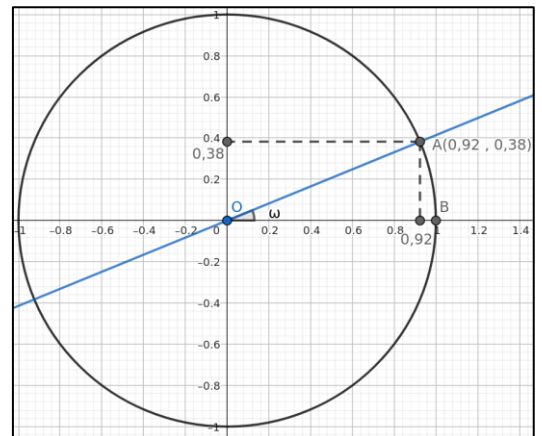
β) Αν το μέτρο της γωνίας $\hat{\omega}$ σε rad είναι $\frac{2\pi}{3}$, να βρείτε το μήκος S του τόξου AB .



8. Στον τριγωνομετρικό κύκλο έχει σχεδιαστεί η γωνία ω .

α) Να υπολογίσετε το $\eta\mu\omega$ και το $\sin\omega$.

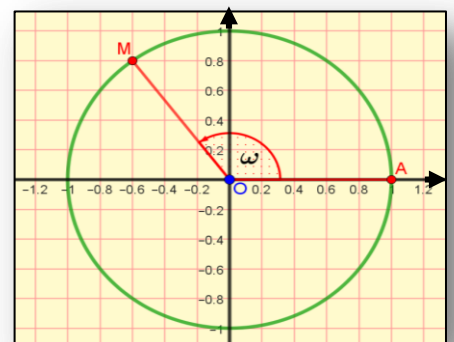
β) Υπάρχει γωνία φ στο 2ο τεταρτημόριο ώστε $\sin\varphi = \sin\omega$;



9. Στο σχήμα έχει σχεδιαστεί σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ο τριγωνομετρικός κύκλος και η γωνία $\hat{\omega} = \widehat{AOM}$.

α) Να βρείτε τους αριθμούς $\eta\mu\omega$ και $\sin\omega$.

β) Να βρείτε, με δικαιολόγηση, τους αριθμούς $\eta\mu(720^\circ + \hat{\omega})$ και $\sin(-360^\circ + \hat{\omega})$.



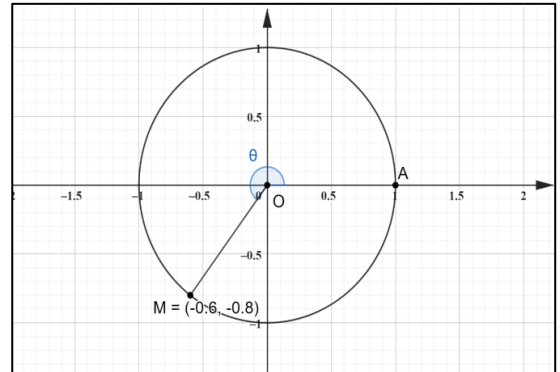
γ) Σε ποιο τεταρτημόριο θα βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας $180^\circ + \hat{\omega}$;

10. Στον τριγωνομετρικό κύκλο δίνονται τα σημεία $A(1,0)$,

$M(-0.6, -0.8)$ και η μη κυρτή γωνία $\theta = \widehat{AOM}$. Να βρείτε:

α) το $\sin\theta$ και το $\eta\mu\theta$.

β) το $\eta\mu(360^\circ + \theta)$ και το $\sin(2\pi + \theta)$.

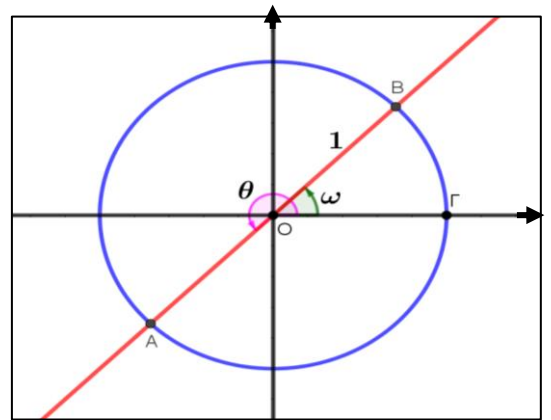


11. Θεωρούμε τον τριγωνομετρικό κύκλο και τα σημεία του A και B, τα οποία είναι συνευθειακά με την αρχή O των αξόνων.

Γνωρίζουμε ότι $\hat{\omega} = \frac{\pi}{4}$ rad.

α) Να βρείτε τους αριθμούς $\eta\mu\omega$ και $\sin^2\omega$.

β) Να βρείτε μια γωνία θ , σε rad, της οποίας η αρχική πλευρά είναι η OΓ και η τελική πλευρά είναι η OA.



12. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο έχουμε $\widehat{AOB} = \omega$ και $\widehat{AOG} = \varphi$. Το

σημείο Γ είναι συμμετρικό του $B\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ ως προς τον y' άξονα.

α) Να βρείτε το $\sin\omega$ και το $\eta\mu\omega$.

β) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ.

ii. Να βρείτε το $\sin\varphi$ και το $\eta\mu\varphi$.

γ) i. Να φέρετε τον άξονα των εφαπτομένων και να σημειώσετε σε αυτόν

τα σημεία $E(1, \varepsilon\varphi\omega)$ και $E'(1, \varepsilon\varphi\varphi)$. Αν $\varepsilon\varphi\omega = \frac{3}{4}$, να βρείτε την $\varepsilon\varphi\varphi$.

ii. Τι παρατηρείτε για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών ω και φ ;

