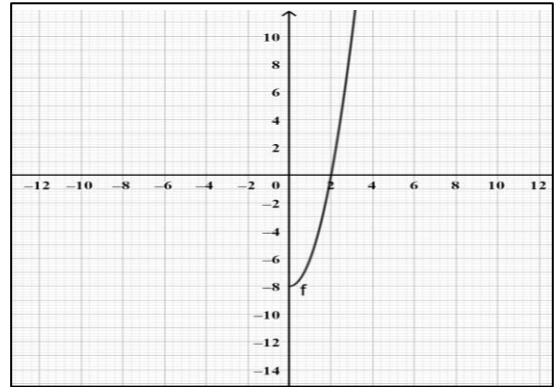


## 2.1 Μονοτονία – Ακρότατα – Συμμετρίες Συνάρτηση

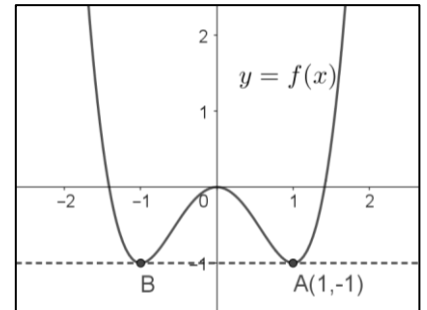
1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

- α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.  
β) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης  $f$ .



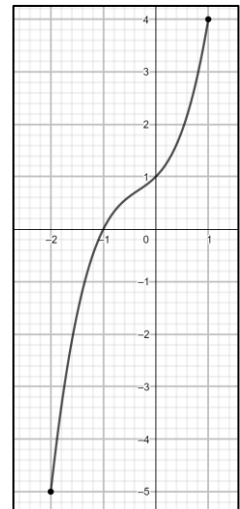
2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης  $f$ .

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Β.  
β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι:  
i. γνησίως αύξουσα,  
ii. γνησίως φθίνουσα.



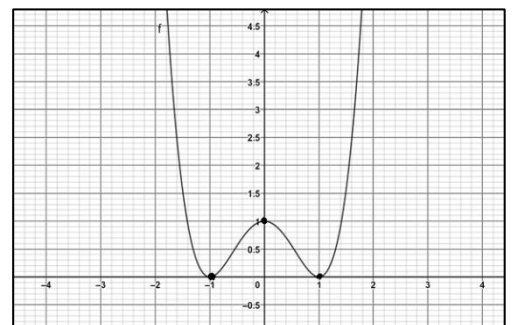
3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$ .

- α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού της  $f$ . Είναι η  $f$  γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα;  
β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.



4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

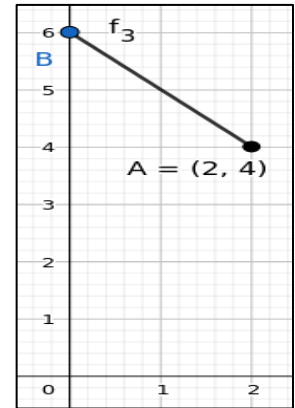
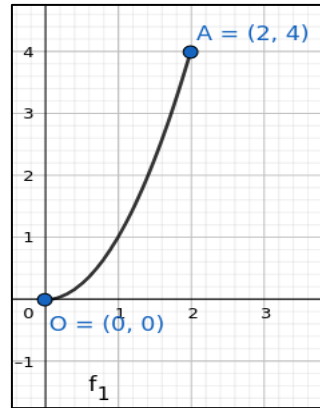
- α) Να βρείτε αν η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.  
β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και τις θέσεις που την αποκτά.



5. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f_1, f_3$ .

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή των  $f_1, f_3$  εφόσον υπάρχουν.

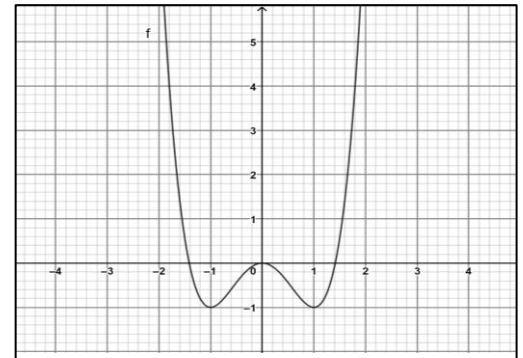
β) Να βρείτε τη μονοτονία των συναρτήσεων  $f_1, f_3$ .



6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

α) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.

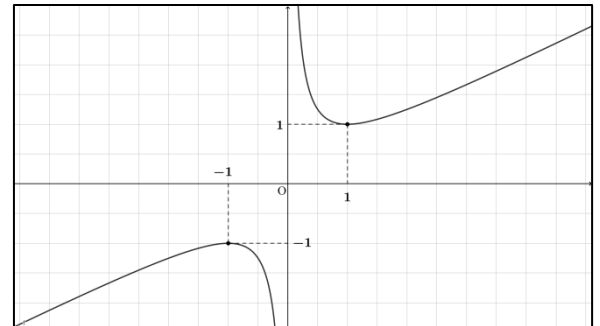
β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και τις θέσεις που την αποκτά.



7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $y = f(x)$  με  $x \neq 0$ . Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος:

α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης  $f$ .

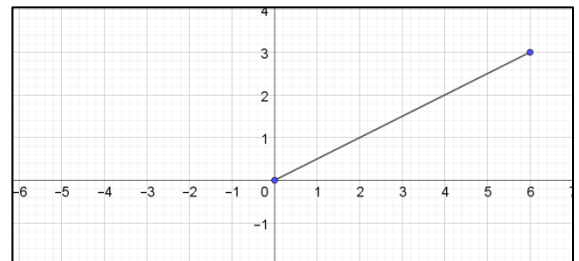
β) Να εξετάσετε αν είναι αληθής ή ψευδής ο ισχυρισμός «η συνάρτηση  $f$  είναι περιττή». Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



8. Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[-6, 6]$  είναι περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $(4, 2)$ . Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $[0, 6]$ .

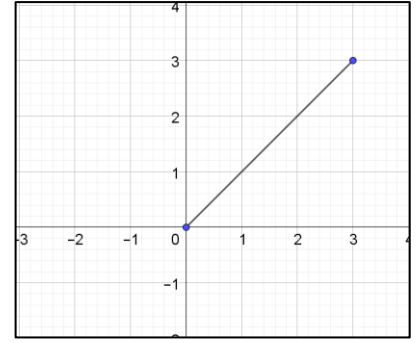
α) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο πεδίο ορισμού της.

β) Να βρείτε το  $f(-4)$ .



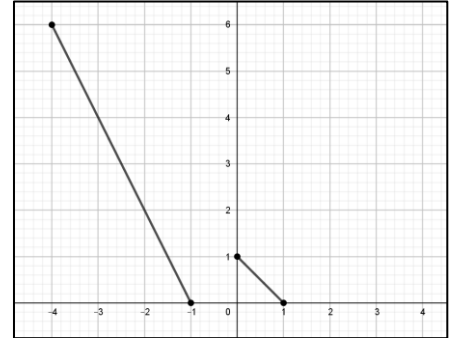
9. Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[-3, 3]$  είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $(2, 2)$ . Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $[0, 3]$ .

- α) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο πεδίο ορισμού της.  
β) Να βρείτε το  $f(-2)$ .



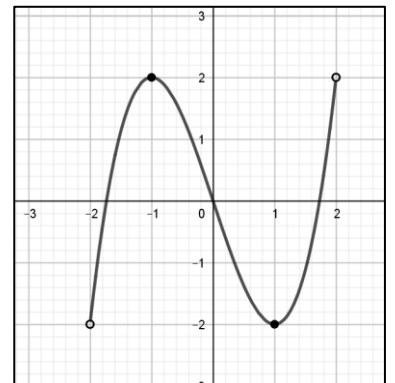
10. Στο διπλανό σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[-4, 4]$ .

- α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της  $f$ .  
β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



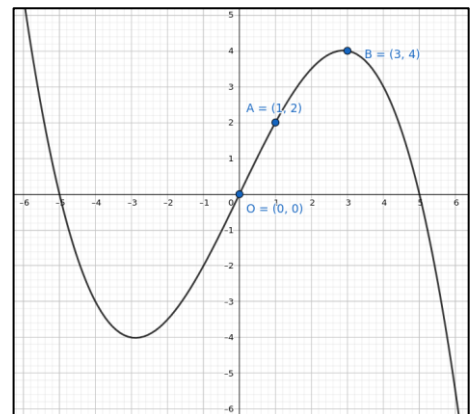
11. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $(-2, 2)$ .

- α) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.  
β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.

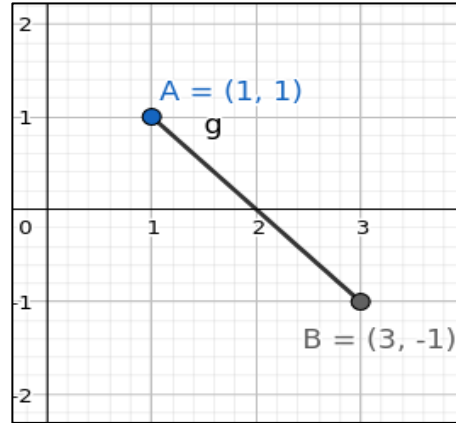
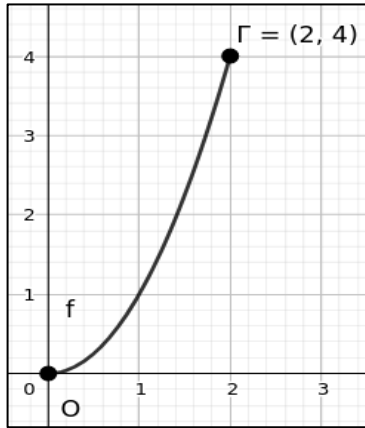


12. Δίνονται τα σημεία  $O(0,0)$ ,  $A(1,2)$ ,  $B(3,4)$  τα οποία ανήκουν στη γραφική παράσταση μίας περιττής συνάρτησης  $f$ , με πεδίο ορισμού τους πραγματικούς αριθμούς  $\mathbb{R}$ .

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες δύο ακόμα σημείων  $\Gamma$  και  $\Delta$ , τα οποία να ανήκουν στη γραφική παράσταση της  $f$ .  
β) Αν δίνεται ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως μονότονη, να βρείτε αν είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.  
γ) Αν δίνεται ότι η συνάρτηση  $f$  δεν είναι γνησίως μονότονη και στο παραπάνω σχήμα δίνεται μέρος της γραφικής της παράστασης, να εξετάσετε σε ποια διαστήματα είναι γνησίως μονότονη και να βρεθεί το είδος της μονοτονίας της σε καθένα από αυτά.



13. Δίνεται ένα τμήμα (μέρος) της γραφικής παράστασης καθεμίας από τις συναρτήσεις  $f$ ,  $g$  σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων .



- α) Σε καθένα από τα δύο σχήματα φαίνεται η γραφική παράσταση για όλους τους αριθμούς  $x > 0$  για τους οποίους ορίζεται καθεμία από τις συναρτήσεις αυτές. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι περιττή και η  $g$  άρτια, να βρείτε τα πεδία ορισμού των δύο συναρτήσεων.
- β) Να συμπληρώσετε ολόκληρη τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  σε όλο το πεδίο ορισμού της, αν αυτή είναι περιττή.
- γ) Να συμπληρώσετε ολόκληρη τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  σε όλο το πεδίο ορισμού της, αν αυτή είναι άρτια.
- δ) Να προσδιορίσετε τα διαστήματα μονοτονίας των δύο συναρτήσεων  $f$ ,  $g$  όπως αυτές προέκυψαν από τα ερωτήματα β και γ.