

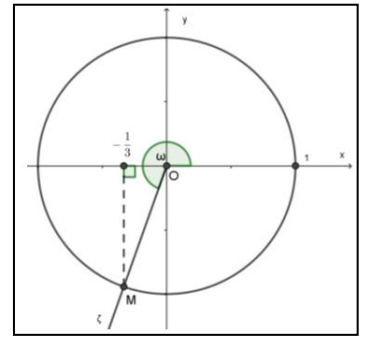
## 3.3 Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

1. Στο σχήμα δίνεται γωνία  $\widehat{xOz} = \omega$  με  $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ .

α) Να αιτιολογήσετε ότι  $\text{συν}\omega = -\frac{1}{3}$ .

β) Να υπολογίσετε το ημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$ .

γ) Να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας  $\pi - \omega$ .



2. Δίνεται γωνία  $\omega$  η οποία είναι ίση με  $-1125^\circ$ .

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\omega$  ισούται με  $\frac{-25\pi}{4}$  ακτίνια (rad).

β) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

3. Δίνεται η παράσταση  $A = 2\text{συν}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \eta\mu(-\theta)$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $A = \eta\mu\theta$ .

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A$ , όταν  $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  και  $\text{συν}\theta = \frac{12}{13}$ .

4. Δίνεται ότι  $\eta\mu\theta = \frac{\eta\mu\frac{2\pi}{3} - \text{συν}\frac{\pi}{3}}{\text{συν}^2\frac{\pi}{4}}$ .

α) Να δείξετε ότι:

i.  $\eta\mu\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ii.  $\eta\mu\theta = \sqrt{3} - 1$

β) Αν για την γωνία  $\theta$  έχουμε  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , να βρείτε το  $\text{συν}\theta$ .

5. Δίνεται ότι  $\eta\mu 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ .

Να βρείτε τους ακόλουθους τριγωνομετρικούς αριθμούς, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α)  $\text{συν}72^\circ$

β)  $\text{συν}108^\circ$

γ)  $\eta\mu 62^\circ$

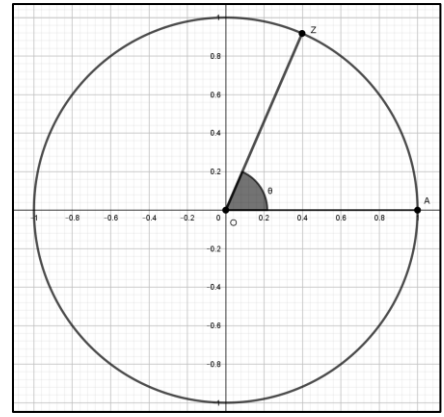
6. Στον τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία  $\widehat{AOZ} = \theta$ .

α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών  $3\pi + \theta$  και  $\frac{\pi}{2} + \theta$ .

β) i. Να αιτιολογήσετε γιατί  $\sin\theta = 0,4$ .

ii. Με χρήση του β)i. ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:  $\sin(3\pi + \theta)$  και

$$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right).$$

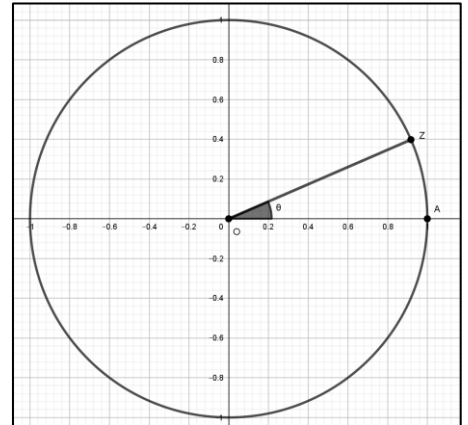


7. Στον τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία  $\widehat{AOZ} = \theta$ .

α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών  $3\pi + \theta$  και  $4\pi - \theta$ .

β) i. Να αιτιολογήσετε γιατί  $\eta\mu\theta = 0,4$ .

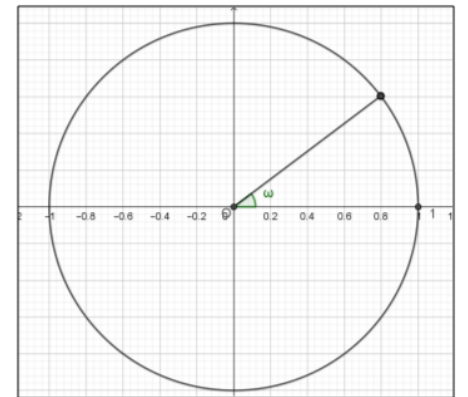
ii. Με χρήση του β)i. ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:  $\eta\mu(3\pi + \theta)$  και  $\eta\mu(4\pi - \theta)$ .



8. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία  $\hat{\omega}$ , με  $\sin\omega = 0,8$ .

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να σχεδιάσετε τις γωνίες στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ , των οποίων το συνημίτονο είναι  $-0,8$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να βρείτε την σχέση των γωνιών που βρήκατε στο α) ερώτημα με την γωνία  $\hat{\omega}$ .

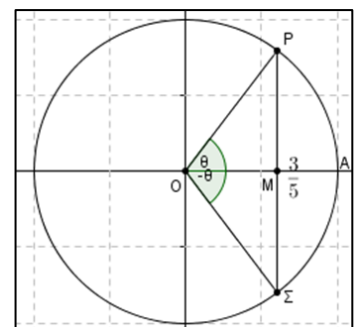


9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και οι γωνίες  $\theta$  και  $-\theta$ .

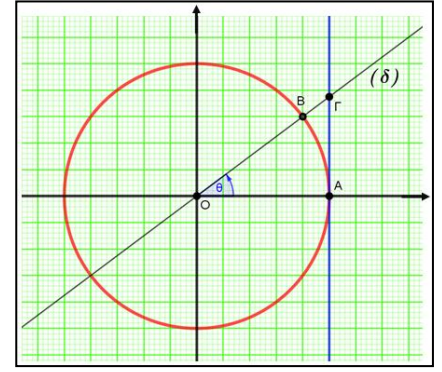
α) Να αιτιολογήσετε γιατί  $\sin\theta = \frac{3}{5}$ .

β) Να βρείτε το  $\eta\mu\theta$ .

γ) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας  $-\theta$ .

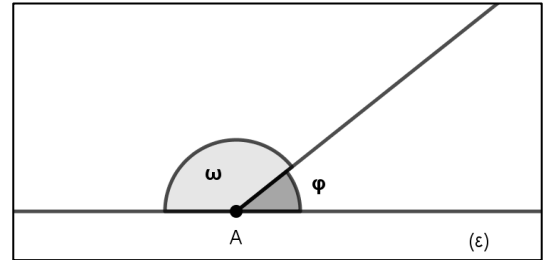


10. Στο σχήμα έχει σχεδιασθεί ο τριγωνομετρικός κύκλος και η ευθεία (δ) η οποία είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Α. Η τελική πλευρά ΟΒ της θετικής γωνίας  $\widehat{A\hat{O}B} = \hat{\theta}$  αν προεκταθεί τέμνει την ευθεία (δ) στο σημείο Γ. Γνωρίζουμε ότι  $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ .



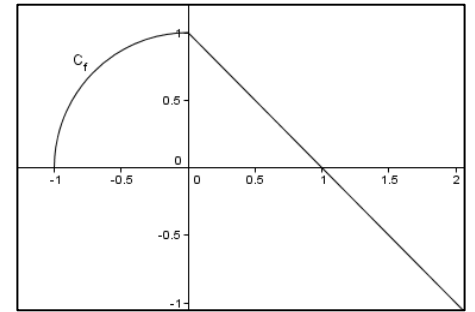
- α) Με τη βοήθεια του σχήματος ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε τον αριθμό συνθ και στη συνέχεια τον αριθμό εφθ.  
β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες των σημείων Β και Γ.

11. Δίνεται  $\eta\mu\varphi = \frac{3}{5}$ , όπου  $\varphi$  η οξεία γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το σημείο Α της ευθείας (ε) του σχήματος.



- α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνία  $\varphi$ .  
β) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της αμβλείας γωνίας  $\omega$ .

12. Έστω  $f: [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  μια συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση  $C_f$  φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- α) Να βρείτε τη μονοτονία και τη μέγιστη τιμή της.

- β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f\left(-\frac{3}{5}\right)$ ,  $f\left(-\frac{5}{9}\right)$ .

- γ) Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$ , να

βρείτε τους αριθμούς  $f(\sin 120^\circ)$ ,  $f(\eta\mu 120^\circ)$ .

- δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = f(x-2)$ ,  $x \geq 1$ .