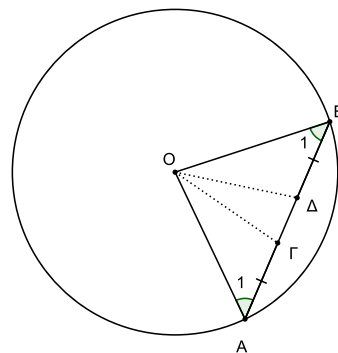


1. ΘΕΜΑ_2_13685

Θεωρούμε κύκλο κέντρου O και χορδή του AB . Πάνω στη χορδή AB παίρνουμε σημεία Γ και Δ τέτοια, ώστε $AG = B\Delta$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AOB είναι ισοσκελές και ότι οι γωνίες του $\hat{A}_1$ και $\hat{B}_1$ είναι ίσες.
- β) Να εξετάσετε αν τα τρίγωνα OAG και OBD είναι ίσα.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- γ) Είναι ίσα τα τμήματα OG και OD ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



2. ΘΕΜΑ_2_13683

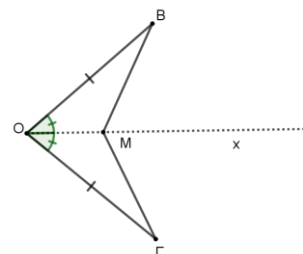
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση την πλευρά $B\Gamma$.

- α) Να γράψετε τις ιδιότητες που αφορούν τις πλευρές και τις γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- β) Από τις κορυφές B και Γ φέρνουμε τις διαμέσους BM και ΓN που αντιστοιχούν στις πλευρές του AG και AB αντίστοιχα.
- Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $B\Gamma M$ και ΓBN και να αιτιολογήσετε γιατί είναι ίσα.
 - Να εξηγήσετε γιατί οι διάμεσοι BM και ΓN είναι ίσες.

3. ΘΕΜΑ_2_13682

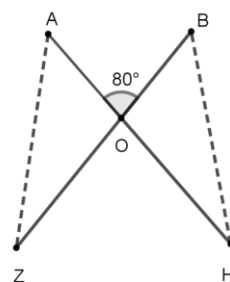
Στο σχήμα, το M είναι ένα τυχαίο σημείο της ημιευθείας Ox και B, Γ είναι σημεία τέτοια, ώστε $B\hat{O}x = \Gamma\hat{O}x$ και $OB = O\Gamma$.

- α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα OBM και $O\Gamma M$ και να δικαιολογήσετε ότι είναι ίσα.
- β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις με τις άλλες ίσες γωνίες που προκύπτουν ως άμεσα συμπεράσματα της ισότητας των δυο τριγώνων OBM και $O\Gamma M$.
- Η γωνία $O\hat{B}M$ του τριγώνου OBM είναι ίση με την γωνία του τριγώνου $O\Gamma M$.
 - Η γωνία του τριγώνου OBM είναι ίση με την γωνία $\Gamma\hat{M}O$ του τριγώνου $O\Gamma M$.
- γ) Είναι οι γωνίες $B\hat{M}x$ και $\Gamma\hat{M}x$ είναι ίσες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



4. ΘΕΜΑ_2_13445

Στο σχήμα, τα τμήματα AH και BZ είναι ίσα και τέμνονται σε σημείο O έτσι ώστε η γωνία $A\hat{O}B$ να είναι ίση με 80° . Έστω ότι είναι $AH = BZ = 5$ και $OH = OZ = 3$.



α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A}\hat{O}\hat{Z} = \hat{B}\hat{O}\hat{H} = 100^\circ$.

β) Είναι τα τρίγωνα AOZ και BOH ίσα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

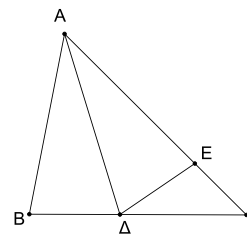
5. ΘΕΜΑ_2_13436

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\text{AB} = 5$ και $\text{AΓ} = 7$ και η διχοτόμος του AΔ .

Στην πλευρά AΓ παίρνουμε σημείο E , ώστε $\text{ΓE} = 2$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AE .

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΔ και AEΔ είναι ίσα.

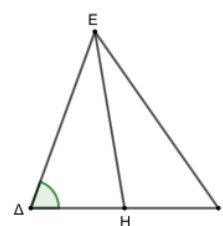
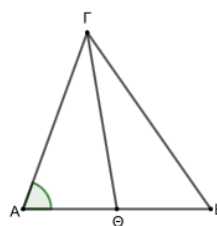


6. ΘΕΜΑ_2_12454

Δίνονται δύο ίσα τρίγωνα ABΓ και ΔZE για τα οποία ισχύει $\text{AB} = \text{ΔZ} = 4\text{cm}$, $\text{AΓ} = \text{ΔE}$ και $\hat{A} = \hat{\Delta}$. Έστω Θ το μέσο της AB και H το μέσο της ΔZ .

α) Να υπολογίσετε το μήκος των ευθυγράμμων τμημάτων AΘ και ΔH .

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AΓΘ και ΔEH είναι ίσα.

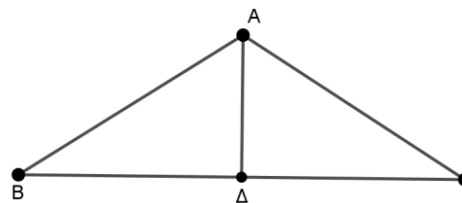


7. ΘΕΜΑ_2_12535

Στο ισοσκελές τρίγωνο ABΓ , με $\text{AB} = \text{AΓ}$ η γωνία της κορυφής του A είναι ίση με 120° . Αν η AΔ είναι διχοτόμος του τριγώνου τότε:

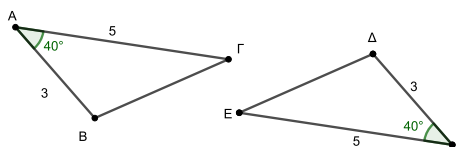
α) να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι η γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{\Delta}$,

β) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AΔB και AΔΓ είναι ίσα.

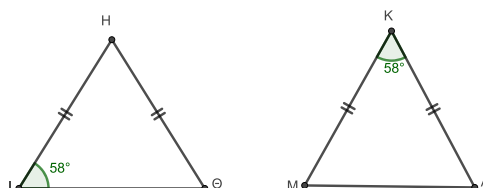


8. ΘΕΜΑ_3_13284

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ABΓ και ZΔE του παρακάτω σχήματος είναι ίσα.



β) Ο Φοίβος και η Αθηνά, δύο μαθητές της A' Λυκείου, μελετούν παρέα Γεωμετρία. Μεταξύ τους γίνεται ο εξής διάλογος, καθώς συγκρίνουν τα τρίγωνα του σχήματος που ακολουθεί:



Φ : Τα δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές τους ίσες μια προς μία, αφού $HI = KM$ και $H\Theta = K\Lambda$, και από μία γωνία ίση, αυτή που σημειώνεται με 58° , οπότε θα είναι μεταξύ τους ίσα.

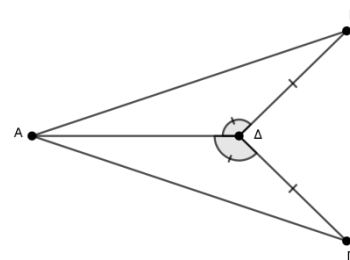
Λ : Πράγματι έχουν δυο πλευρές τους ίσες μία προς μία, αλλά η γωνία των 58° είναι σε διαφορετική θέση σε σχέση με τις ίσες πλευρές στα δύο τρίγωνα. Νομίζω ότι μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα $H\Theta I$ και $K\Lambda M$ δεν είναι ίσα.

- Να εξηγήσετε τι εννοεί η Αθηνά σχετικά με τη διαφορετική θέση της γωνίας των 58° .
- Με ποιόν από τους δύο μαθητές συμφωνείτε; Αν νομίζετε ότι έχει δίκιο ο Φοίβος, δικαιολογήστε γιατί. Αν νομίζετε ότι έχει δίκιο η Αθηνά, βοηθήστε την να ολοκληρώσει την απόδειξή της.

9. ΘΕΜΑ_4_12840

Στο σχήμα δίνονται ότι ισχύουν: $\Delta B = \Delta \Gamma$ και $\hat{\Delta} B = \hat{\Delta} \Gamma$.

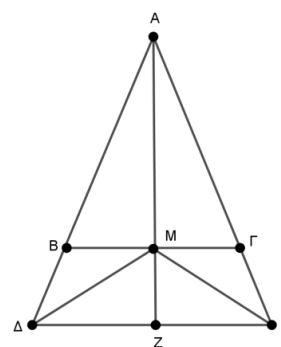
- Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔB και $\Delta \Gamma$.
- Να αιτιολογήσετε γιατί $\hat{\Delta} B = \hat{\Delta} \Gamma$.
- Φέρνουμε τη $B\Gamma$. Αν η $\Delta\Delta$ προεκτείνουμε προς το Δ , τέμνει την $B\Gamma$ στο E , να αποδείξετε ότι το E είναι το μέσο της $B\Gamma$.



10. ΘΕΜΑ_4_12837

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και M είναι το μέσο της βάσης $B\Gamma$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB , $A\Gamma$ παίρνουμε τα τμήματα BD , ΓE αντίστοιχα ώστε $BD = \Gamma E$. Να αποδείξετε ότι:

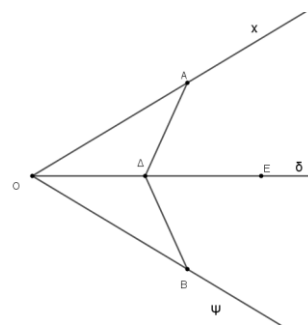
- το τρίγωνο ΔDE είναι ισοσκελές,
- τα τρίγωνα $MB\Delta$ και $M\Gamma E$ είναι ίσα,
- αν η AM προεκτείνουμε προς το M , τέμνει την ΔE στο σημείο Z , να αιτιολογήσετε ότι η AZ είναι κάθετη στην ΔE .



11. ΘΕΜΑ_4_13496

Δίνεται η γωνία $x\hat{O}\psi$ και η διχοτόμος της $O\delta$. Πάνω στις Ox και $O\psi$ παίρνουμε σημεία A και B αντίστοιχα, ώστε $OA = OB$. Πάνω στην $O\delta$ θεωρούμε σημεία Δ και E όπως φαίνονται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι:

- τα τρίγωνα $O\Delta\Delta$ και $O\Delta B$ είναι ίσα,
- $\hat{\Delta} A E = \hat{\Delta} B E$.
- Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι $AE = BE$. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



12. ΘΕΜΑ_4_13794

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στις προεκτάσεις των πλευρών του BA προς το A και ΓA προς το A , παίρνουμε σημεία E και Δ αντίστοιχα, ώστε $AE = A\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΒΔ = ΓΕ$.

β) Να αποδείξετε ότι $Γ\hat{B}Δ = Β\hat{Γ}Ε$.

γ) Έστω $Μ$ το μέσο της πλευράς $ΒΓ$, να αποδείξετε ότι $ΜΔ = ΜΕ$.

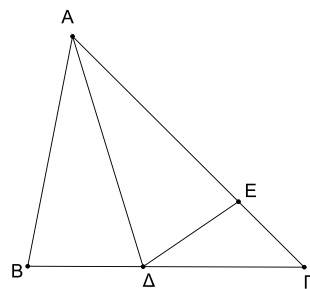
13. ΘΕΜΑ_4_13530

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = 10$ και $ΑΓ = 14$ και η διχοτόμος του $ΑΔ$. Στην πλευρά $ΑΓ$ παίρνουμε σημείο $Ε$ ώστε $ΓΕ = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΔ$ και $ΑΕΔ$ είναι ίσα.

β) Να δικαιολογήσετε γιατί είναι ίσα τα τμήματα $ΒΔ$, $ΔΕ$.

γ) Προεκτείνουμε την $ΕΔ$ προς το $Δ$ κατά τμήμα $ΔΖ$, ώστε $ΔΖ = ΔΕ$. Να αποδείξετε ότι $Δ\hat{B}Ζ = Δ\hat{Z}Β$.



14. ΘΕΜΑ_4_12512

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ και στις ίσες πλευρές του $ΑΒ$, $ΑΓ$

παίρνουμε αντίστοιχα τα τμήματα $ΑΔ = \frac{1}{3}ΑΒ$ και $ΑΕ = \frac{1}{3}ΑΓ$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΑΔΕ$ είναι ισοσκελές.

β) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα $ΒΔ$ και $ΓΕ$ είναι ίσα.

γ) Αν $Μ$ είναι το μέσο της $ΒΓ$, να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα $ΒΔΜ$ και $ΓΕΜ$ είναι ίσα.

ii. το τρίγωνο $ΔΕΜ$ είναι ισοσκελές.

