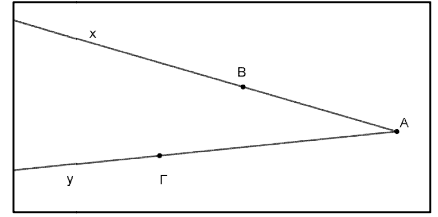


## 3.7 Κύκλος –Μεσοκάθετος –Διχοτόμος

1. Στο σχήμα έχουμε το χάρτη μίας περιοχής όπου είναι κρυμμένος ένας θησαυρός. Οι ημιευθείες  $Ax$  και  $Ay$  παριστάνουν δύο ποτάμια και στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$  βρίσκονται δύο πλατάνια.

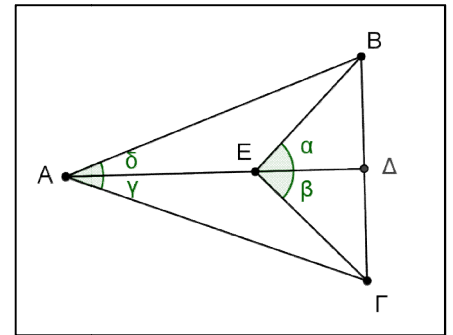


Να προσδιορίσετε γεωμετρικά τις δυνατές θέσεις του θησαυρού, αν είναι γνωστό ότι:

- α) ισαπέχει από τα δύο πλατάνια.
- β) ισαπέχει από τα δύο ποτάμια.
- γ) ισαπέχει και από τα δύο πλατάνια και από τα δύο ποτάμια.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.

2. Αν για το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) του σχήματος ισχύουν  $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$  και  $\hat{\gamma} = \hat{\delta}$ , να γράψετε μια απόδειξη για καθέναν από τους ακόλουθους ισχυρισμούς:



- α) τα τρίγωνα  $AEB$  και  $AEG$  είναι ίσα.
- β) το τρίγωνο  $GEB$  είναι ισοσκελές.
- γ) η ευθεία  $A\Delta$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $B\Gamma$ .

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και η διχοτόμος της γωνίας του  $\hat{\Gamma}$ , η οποία τέμνει την πλευρά  $AB$  στο  $\Delta$ . Από το  $\Delta$  φέρουμε τμήμα  $\Delta E$  κάθετο στην πλευρά  $B\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα  $A\Gamma\Delta$  και  $\Delta\Gamma E$  είναι ίσα,
- β) το  $\Gamma$  ισαπέχει από τα σημεία  $A$  και  $E$  και η ευθεία  $\Gamma\Delta$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $AE$ .

4. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = AG$ ) και  $I$  το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$ .

Να αποδείξετε ότι:

- α) το τρίγωνο  $B\Gamma I$  είναι ισοσκελές,
- β) οι γωνίες  $\hat{A}\Gamma I$  και  $\hat{A}IB$  είναι ίσες,
- γ) η ευθεία  $AI$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $B\Gamma$ .