

3.3 Εξισώσεις 2ου βαθμού

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x - 4 = 0$ (1).
 - α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες, υπολογίζοντας την διακρίνουσά της.
 - β) Να λύσετε την εξίσωση (1).

2.
 - α) Να λύσετε την εξίσωση $\omega^2 - 4\omega + 3 = 0$.
 - β) Αν οι λύσεις του ερωτήματος α) είναι $\omega_1 = 1$ και $\omega_2 = 3$, να εξετάσετε για ποια από αυτές τις τιμές του ω , η εξίσωση $(\omega^2 - 4\omega + 3)x = \omega - 1$ είναι αδύνατη.

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 7x + 6 = 0$ (1).
 - α) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός 1 επαληθεύει την εξίσωση (1).
 - β) Να λύσετε την εξίσωση (1).

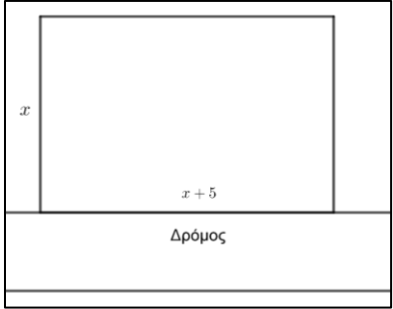
4. Δίνονται οι αριθμοί $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 2 - \sqrt{3}$.
 - α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ και να αποδείξετε ότι για το γινόμενο $P = x_1 x_2$ ισχύει $P = 1$.
 - β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς x_1 και x_2 .

5. Μια εξίσωση δευτέρου βαθμού έχει δυο ρίζες, τις $x_1 = 2$ και $x_2 = 1$.
 - α)
 - i. Να γράψετε το άθροισμα S των ριζών της εξίσωσης.
 - ii. Να γράψετε το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης.
 - β) Να γράψετε μια εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τις $x_1 = 2$ και $x_2 = 1$.

6.
 - α) Να εξετάσετε ποιος από τους αριθμούς: 8, -4 και -8 είναι λύση της εξίσωσης $x^2 = 16$.
 - β) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 = 16$.

7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x + 2 = 0$.
 - α) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνόμου $x^2 - 3x + 2$ είναι $\Delta = 1$.
 - β) Πόσες ρίζες έχει η εξίσωση;
 - γ) Να λύσετε την εξίσωση.

8. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x + 4 = 0$ (1).
 - α) Να ελέγξετε αν ο αριθμός 4 επαληθεύει την εξίσωση (1).
 - β) Να λύσετε την εξίσωση (1).

9. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 4x + 4 = 0$ (1).
- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει διακρίνουσα $\Delta = 0$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση (1).
10. Μία εξίσωση δευτέρου βαθμού έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 4$ και $x_2 = 3$.
- α) Να γράψετε μία εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τις x_1, x_2 .
- β) Αν η εξίσωση δευτέρου βαθμού της μορφής $ax^2 + bx + \gamma = 0$ έχει ρίζες τις x_1, x_2 που δίνονται παραπάνω και $a = 2$, να βρείτε τους συντελεστές b και γ .
11. Δίνονται οι αριθμοί $\kappa = 2 - \sqrt{2}$ και $\lambda = 3 - \sqrt{2}$.
- α) Να δείξετε ότι :
- i. $\kappa + \lambda = 5 - \sqrt{8}$ ii. $\kappa \cdot \lambda = 8 - 5\sqrt{2}$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - (5 - \sqrt{8})x + 8 - 5\sqrt{2} = 0$.
- γ) Να δείξετε ότι $(5 - \sqrt{8})^2 - 4(8 - 5\sqrt{2}) > 0$.
12. Σε ένα οικοπέδο σχήματος ορθογωνίου η πρόσοψη (η πλευρά προς το δρόμο) είναι κατά 5m μεγαλύτερη από το βάθος (πλάτος) του. Αν το βάθος του οικοπέδου είναι x μέτρα, τότε:
- α) Να εκφράσετε σε σχέση με το x , την περίμετρο και το εμβαδόν του οικοπέδου.
- β) Αν η περίμετρος Π και το εμβαδόν E δίνονται από τις σχέσεις $\Pi = 4x + 10$ m και $E = x(x + 5)$ m² αντίστοιχα, να υπολογίσετε τις διαστάσεις του οικοπέδου όταν:
- i. η περιμέτρος του είναι 70 m ,
- ii. το εμβαδόν είναι 150 m².
- 
13. α) Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύει $\alpha + \beta = \frac{5}{2}$ και $\alpha\beta = 1$.
- i. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α, β .
- ii. Να βρείτε τους αριθμούς α, β .
- β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε να ισχύει $\alpha + \beta = 1$ και $\alpha\beta = \frac{5}{2}$.
14. α) Να λύσετε τις εξισώσεις
- i. $3x - 3 = 0$,
- ii. $x^2 - 4x + 4 = 0$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $(3x - 3)(x - 2)^2 = 0$.

15. Δίνεται το τριώνυμο $3x^2 - x - 5$ με $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι το τριώνυμο αυτό έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) Να βρείτε τις ρίζες του παραπάνω τριωνύμου.

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών αυτών.