

1.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού

1. Να δείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό β με $\beta \neq 0$ ισχύει:
 - α) $\frac{|\beta|}{\beta} = \begin{cases} 1 & \alpha\nu \ \beta > 0 \\ -1 & \alpha\nu \ \beta < 0 \end{cases}$,
 - β) $\left| \frac{|\beta|}{\beta} - 1 \right| + \left| \frac{|\beta|}{\beta} + 1 \right| = 2$.

2. Δίνεται ο πραγματικός αριθμός α για τον οποίο ισχύει ότι $1 < \alpha < 3$.
 - α) Να δείξετε ότι $|\alpha - 1| = \alpha - 1$ και $|\alpha - 3| = 3 - \alpha$.
 - β) Να δείξετε ότι $|\alpha - 1| + |\alpha - 3| = 2$.

3. Δίνεται η παράσταση $A = |x - 3|$, όπου x πραγματικός αριθμός.
 - α) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A σε κάθε μια από τις τρεις επόμενες περιπτώσεις:
 - i. $x = 4$
 - ii. $x = 3$
 - iii. $x = 2$.
 - β) Αν $x < 3$ να γράψετε την τιμή της παράστασης A χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

4.
 - α) Να ελέγξετε αν ο αριθμός 6 είναι λύση της εξίσωσης $|x - 9| = 3$.
 - β) Να λύσετε την εξίσωση $|x - 9| = 3$.

5. Για τους μη μηδενικούς αριθμούς α, β ισχύει ότι: $\frac{\alpha}{|\alpha|} + \frac{|\beta|}{\beta} = 0$.
 - α) Να αποδείξετε ότι οι α και β είναι ετερόσημοι.
 - β) Αν, επιπλέον $\frac{\alpha - \beta}{|\alpha - \beta|} = 1$, να δείξετε ότι $\beta < 0 < \alpha$.

6.
 - α) Να αποδείξετε ότι $|y - 3| < 1 \Leftrightarrow 2 < y < 4$.
 - β) Αν x, y είναι μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, με $1 < x < 3$ και $|y - 3| < 1$ τότε να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται:
 - i. η τιμή της περιμέτρου Π του ορθογωνίου,
 - ii. Η τιμή του εμβαδού E του ορθογωνίου.

7. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει $2 \leq \alpha \leq 3$ και $-2 \leq \beta \leq -1$.
 - α) Να δείξετε ότι: $\alpha - 3 \leq 0$ και $\beta + 2 \geq 0$.

β) Να δείξετε ότι : $3 \leq \alpha - \beta \leq 5$.

γ) Να δείξετε ότι $|\alpha - \beta| + |\alpha - 3| + |\beta + 2| = 5$.

8. Για τον πραγματικό αριθμό α , δίνεται ότι $\alpha < -2$.

α) Να αποδείξετε ότι $2\alpha + 4 < 0$.

β) Να γράψετε την παράσταση $A = |2\alpha + 4| + 3|3\alpha + 6|$ χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

γ) Να λύσετε την ανίσωση: $A > -11$.