1. **Α.** Σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε Σωστό (Σ), αν η πρόταση που διατυπώνεται είναι σωστή και Λάθος (Λ), αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει ότι $\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.

β) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει ότι $|\alpha+\beta| \leq |-\alpha| + |\beta|$.

γ) Κάθε ευθεία η οποία έχει θετική κλίση, σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ οξεία γωνία.

δ) Η εξίσωση $x^3 = -8$ είναι αδύνατη στους πραγματικούς αριθμούς.

ε) Αν είναι $\alpha\beta > 1$, τότε θα ισχύει αναγκαστικά $\alpha > 1$ και $\beta > 1$.

Β. Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0,\ \alpha \neq 0$. Αν έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1, x_2, τότε να αποδείξετε ότι το άθροισμά τους είναι ίσο με $x_1 + x_2 = \dfrac{-\beta}{\alpha}$.

2. **Α.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Τα σημεία $A(x,y)$ και $B(-x,y)$ είναι για κάθε τιμή των x, y συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$.

β) Η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ και ν περιττό, έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[\nu]{|\alpha|}$.

γ) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha| + |\beta| = |\alpha+\beta|$.

δ) Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geq 0$.

ε) Για κάθε γεωμετρική πρόοδο (α_ν) με λόγο ,ο άθροισμα των ν πρώτων όρων της δίνεται από τον τύπο $S_\nu = \nu \cdot \alpha_1$.

Β. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ να δείξετε ότι $P = x_1 \cdot x_2 = \dfrac{\gamma}{\alpha}$.

3. **Α.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση Σ (Σωστό), αν η πρόταση είναι αληθής ή Λ (Λάθος), αν η πρόταση είναι ψευδής.

α) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β, γ και δ ισχύει η πρόταση:

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma < \delta\text{, τότε } \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \delta$$

β) Για κάθε $\theta \in (0, +\infty)$ ισχύει: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.

γ) Η εξίσωση $x^3 = 5$ έχει δύο πραγματικές ρίζες.

δ) Αν ισχύουν $\alpha > 0$ και $\Delta < 0$, όπου Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, τότε το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ είναι αρνητικό για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x.

ε) Ο παρακάτω πίνακας θα μπορούσε να είναι πίνακας τιμών μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[0,4]$.

x	0	1	1	2	4
$y=f(x)$	0	1	-1	2	0,5

Β. Να αποδείξετε ότι, για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει η ανισότητα: $|\alpha+\beta|\leq|\alpha|+|\beta|$. Πότε ισχύει η ισότητα;

4. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Το σημείο $M(x,y)$ με $x>0$ και $y<0$ βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων.

β) Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β και γ, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε ισχύει: $\beta^2=\alpha\cdot\gamma$.

γ) Ισχύει $|\alpha|\geq\alpha$, για κάθε $\alpha\in\mathbb{R}$.

δ) Αν $\alpha>\beta$ και $\gamma>\delta$, τότε: $\alpha-\gamma>\beta-\delta$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β, γ, δ.

ε) Η εξίσωση $\alpha x=\alpha$ έχει μοναδική λύση $x=1$ για κάθε $\alpha\in\mathbb{R}$.

Β. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β να αποδείξετε ότι: $|\alpha\cdot\beta|=|\alpha|\cdot|\beta|$.

5. **Α.** Στις τέσσερις πρώτες ερωτήσεις να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος, μετά από τον αριθμό της ερώτησης. Στην πέμπτη ερώτηση να γράψετε το γράμμα της σωστής απάντησης μετά από τον αριθμό της ερώτησης.

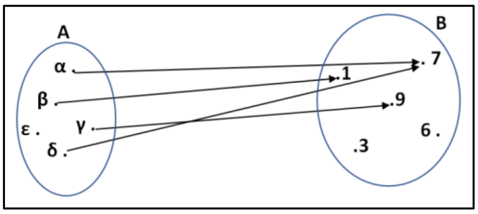
α) Αν $\alpha\leq 0$ και ν άρτιος, τότε ισχύει $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu}=|\alpha|$.

β) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ μπορεί να τέμνει τον άξονα $y'y$ σε ακριβώς δύο σημεία.

γ) Θεωρούμε την αριθμητική πρόοδο (α_ν) με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω. Το άθροισμα S_ν των ν πρώτων διαδοχικών όρων της (α_ν) δίνεται από την σχέση $S_\nu=\frac{\nu}{2}[\alpha_1+(\nu-1)\omega]$.

δ) Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ είναι αδύνατη ως προς x, όταν $\alpha=0$ και $\beta\neq 0$.

ε) Στο διπλανό σχήμα δίνεται μια αντιστοιχία στοιχείων ενός συνόλου Α σε στοιχεία ενός συνόλου Β. Ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό;



i) η αντιστοιχία αυτή παριστάνει συνάρτηση από το σύνολο Α στο σύνολο Β.

ii) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι στο 3 και στο 6 δεν αντιστοιχεί κανένα στοιχείο του Α.

iii) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι τα διαφορετικά στοιχεία α και δ του συνόλου Α αντιστοιχούν στο ίδιο στοιχείο του συνόλου Β, το 7.

iv) η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι το στοιχείο ε δεν αντιστοιχεί σε κανένα στοιχείο του Β.

Β. Έστω x_1, x_2 με $x_1 < x_2$ είναι οι δύο πραγματικές ρίζες του τριωνύμου $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $x \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι, αν για την μεταβλητή x ισχύει $x < x_1$ ή $x > x_2$ τότε το τριώνυμο $f(x)$ γίνεται ομόσημο του α.

6. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν $\alpha + \beta = \gamma + \delta$ τότε $\alpha = \gamma$ και $\beta = \delta$.

β) Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$, ισχύει $|-\alpha| = \alpha$.

γ) Η γραφική παράταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.

δ) Αν το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$.

ε) Αν οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $(\varepsilon_2): y = \alpha_2 x + \beta_2$ δεν έχουν κανένα κοινό σημείο, τότε $\alpha_1 = \alpha_2$ και $\beta_1 \neq \beta_2$.

Β. Να αποδείξετε ότι τρεις αριθμοί α, β και γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta = \dfrac{\alpha + \gamma}{2}$.

7. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ είναι αδύνατη, όταν $\alpha \neq 0$ και $\beta = 0$.

β) Αν $\alpha \leq 0$ και ν άρτιος φυσικός, τότε $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu} = \alpha$.

γ) Αν $\alpha > 0$ και $\Delta < 0$ η ανίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

δ) Αν η απόσταση του x από το 0 είναι ίση με 3, τότε $x = 3$ ή $x = -3$.

ε) Η γραφική παράταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.

Β. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β, να αποδείξετε ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$. Πότε ισχύει η ισότητα;

8. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Για οποιουσδήποτε μη αρνητικούς αριθμούς α, β ισχύει: $\sqrt{\alpha+\beta}=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$.

β) Αν $\rho>0$, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $|x|<\rho \Leftrightarrow -\rho<x<\rho$.

γ) Η εξίσωση $x^{\nu}=\alpha$, με ν περιττό φυσικό και $\alpha<0$, έχει λύση την $x=\sqrt[\nu]{|\alpha|}$.

δ) Για οποιαδήποτε συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(3,5)$ ισχύει $f(5)=3$.

ε) Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2=\alpha\gamma$.

Β. Να αποδείξετε ότι ο νιοστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι:

$$\alpha_\nu=\alpha_1+(\nu-1)\omega$$

9. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν α, γ ετερόσημοι, τότε το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ δε διατηρεί σταθερό πρόσημο.

β) Αν S και P είναι το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ αντίστοιχα, τότε η εξίσωση γράφεται ισοδύναμα $x^2+Sx+P=0$.

γ) Η εξίσωση $|x|=-\alpha$ με $\alpha<0$ είναι αδύνατη.

δ) Για κάθε $\alpha,\beta<0$ και $\nu\in\mathbb{N}$ με $\nu>2$ ισχύει $\dfrac{\sqrt[\nu]{|\alpha|}}{\sqrt[\nu]{|\beta|}}=\sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}}$.

ε) Η απόσταση $d(\alpha,\beta)$ των αριθμών α και β είναι ίση με $|\alpha|-|\beta|$.

Β. Να αποδείξετε ότι, αν α, β και γ είναι τρεις μη μηδενικοί διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε ισχύει ότι $\beta^2=\alpha\cdot\gamma$.

10. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Το άθροισμα ν διαδοχικών όρων μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι ίσο με $\frac{\nu}{2}\cdot\left[2\alpha_1+(\nu-1)\omega\right]$.

β) Για κάθε $\alpha<0$ ισχύει ότι $\alpha^2=\sqrt{\alpha^2}\cdot|-\alpha|$.

γ) Αν ρ_1, ρ_2 $(\rho_1 < \rho_2)$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha < 0$, τότε ισχύει $\alpha x^2 + \beta x + \gamma > 0$ για κάθε $x \in (\rho_1, \rho_2)$.

δ) Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, α, β, $\gamma > 0$ έχει δύο άνισες και πραγματικές ρίζες τότε οι αριθμοί α, β και γ δεν μπορεί να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

ε) Αν $\alpha, \beta > 0$ και $\nu \in \mathbb{N}$ με $\nu > 2$ τότε ισχύει ότι: $\alpha > \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha^\nu} < \frac{1}{\beta^\nu}$.

Β. Να αποδείξετε ότι αν S και P είναι το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ αντίστοιχα, τότε η εξίσωση γράφεται ισοδύναμα $x^2 - Sx + P = 0$.

11. Α. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Το άθροισμα ν διαδοχικών όρων μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ είναι ίσο με $\alpha_1 \cdot \frac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$.

β) Αν οι αριθμοί α και β είναι ετερόσημοι τότε ισχύει $|\alpha - \beta| = |\alpha| + |\beta|$.

γ) Αν οι εξισώσεις $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, α, $\gamma \neq 0$ και $\gamma x^2 + \beta x + \alpha = 0$ έχουν μη αρνητική διακρίνουσα, τότε σίγουρα μία ρίζα της μιας και μία ρίζα της άλλης είναι αντίστροφες.

δ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ είναι το $\mathbb{R}$.

ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 1$ βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x$ για κάθε $x \neq 1$.

Β. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta > 0$ ισχύει ότι $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}$.

12. Α. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν $\alpha > 0$ και $\nu \in \mathbb{N}$, τότε $\sqrt[\nu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[2\nu]{\alpha}$.

β) Η εξίσωση $x^5 = \alpha$ με $\alpha < 0$ έχει μοναδική λύση στους πραγματικούς αριθμούς την $x = -\sqrt[5]{-\alpha}$.

γ) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει ότι $\sqrt{\alpha^2 \cdot \beta^2} = |\alpha \cdot \beta|$.

δ) Αν $\alpha, \gamma < 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

ε) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}}$ είναι το $(0, +\infty)$.

Β. Να αποδείξετε ότι $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$.

13. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $\alpha x^2+\beta x+\gamma$, S και P το άθροισμα και το γινόμενό τους, τότε ισχύει ότι $x^2-Sx+P=(x-x_1)(x-x_2)$.

β) Αν $\alpha>0$ και $\mu,\nu\in\mathbb{N}$ με $\mu,\nu\geq 2$, τότε ισχύει ότι $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}}=\sqrt[\nu]{\alpha}$.

γ) Αν $\alpha>0>\beta$, τότε $\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right|=\dfrac{\sqrt{\alpha^2}}{\sqrt{\beta^2}}$.

δ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ είναι το $[0,+\infty)$.

ε) Αν α, β, $\gamma<0$ είναι διαδοχικοί όροι γεμωνετρικής προόδου, τότε ισχύει ότι $\beta=-\sqrt{\alpha\cdot\gamma}$.

Β. Να αποδείξετε ότι αν οι α, β είναι ετερόσημοι, τότε ισχύει $d(\alpha,\beta)=|\alpha|+|\beta|$.

14. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Το άθροισμα των φυσικών αριθμών 1, 2, 3, … , ν είναι ίσο με $\dfrac{\nu(1+\nu)}{2}$.

β) Αν $\alpha<\beta<0$ τότε ισχύει ότι $\dfrac{1}{\alpha}<\dfrac{1}{\beta}$.

γ) Η εξίσωση $x^{\nu}=\sqrt{\alpha^{\mu}}$, όπου $\alpha\neq 0$ και μ, ν άρτιοι, έχει μοναδική λύση.

δ) Αν για τη συνάρτηση f ισχύει ότι $f(\alpha)=0$, τότε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη ίση με α.

ε) Αν για τη συνάρτηση $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, με $\alpha>0$, ισχύει $\beta^2<4\alpha\gamma$, τότε η γραφική της παράσταση βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Β. Έστω x_1, x_2 με $x_1<x_2$ είναι οι δύο πραγματικές ρίζες του τριωνύμου $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $x\in\mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι, αν για την μεταβλητή x ισχύει $x_1<x<x_2$ τότε το τριώνυμο $f(x)$ γίνεται ετερόσημο του α.

15. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Δεν υπάρχει εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ όπου το άθροισμα των ριζών της να είναι ίσο με α.

β) Αν ισχύει $\alpha+\beta>\gamma+\delta$ και $\beta<\delta$, τότε ισχύει και $\alpha>\gamma$.

γ) Αν ισχύει $\sqrt{\alpha^2}>\sqrt{\beta^2}$ τότε ισχύει και $\alpha>\beta$.

δ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ είναι το $[0,+\infty)$.

ε) Αν ισχύει $f(x)=g(x)=0$, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g έχουν κοινό σημείο πάνω στον άξονα $x'x$.

Β. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$, $\alpha>0$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$ για κάθε $x\in(x_1,x_2)$.

16. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν ισχύει $\alpha<\beta<0$, τότε ισχύει και $\sqrt{\alpha^2}<\sqrt{\beta^2}$.

β) Αν ισχύει $\alpha,\beta,\gamma,\delta>0$ με $\alpha>\beta$ και $\alpha\gamma<\beta\delta$, τότε ισχύει και $\gamma<\delta$.

γ) Δεν υπάρχει εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$, $\gamma<0$ όπου το γινόμενο των ριζών της να είναι ίσο με α.

δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ βρίσκεται στο 1ο τεταρτημόριο.

ε) Αν ο λόγος λ μιας γεωμετρικής προόδου είναι μικρότερος της μονάδας, τότε κάθε όρος της θα είναι μικρότερος από τον πρώτο όρο της.

Β. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β να αποδείξετε ότι: $\dfrac{\sqrt{\alpha^2}}{\sqrt{\beta^2}}=\dfrac{|\alpha|}{|\beta|}$.

17. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Για κάθε $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ ισχύει ότι $\sqrt{|\alpha\cdot\beta|}=\sqrt{|\alpha|}\cdot\sqrt{|\beta|}$.

β) Η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με $0<\beta<\alpha<\gamma$ δεν έχει πραγματικές ρίζες.

γ) Για να αληθεύει η ανίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma>0$ κάθε $x\in\mathbb{R}$ πρέπει να ισχύει $\beta^2<4\alpha\gamma$.

δ) Η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\gamma<0$ τέμνει τον άξονα $x'x$ ακριβώς σε δύο σημεία.

ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ βρίσκεται στο 1ο τεταρτημόριο.

Β. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα S_ν των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου είναι άρτιος αριθμός αν τα ω, α_1 και ν είναι φυσικοί αριθμοί.

18. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν για κάθε $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ ισχύει ότι $|\alpha+\beta|=|\alpha|+|\beta|$, τότε ισχύει και $\sqrt{(\alpha\cdot\beta)^2}=\alpha\cdot\beta$.

β) Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ έχει διπλή λύση τότε οι α και γ είναι ομόσημοι.

γ) Ο γεωμετρικός μέσος των $\sqrt{x}$ και $\sqrt{x^3}$ είναι το x.

δ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{x^2-2x+1}$ είναι το $[1,+\infty)$.

ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{x^2}$, αποτελείται από δύο ημιευθείες, τις Οδ και Οδ′, οι οποίες είναι οι διχοτόμοι των γωνιών $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y$.

Β. Να αποδείξετε ότι αν οι α, β είναι ετερόσημοι και οι α, γ ετερόσημοι, τότε η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ έχει δύο ετερόσημες ρίζες και η θετική ρίζα είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή της αρνητικής.

19. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν α, β είναι ετερόσημοι, τότε ισχύει ότι $\alpha|\alpha|+\beta|\beta|=d(\alpha,\beta)\cdot(\alpha+\beta)$.

β) Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ έχει δύο ομόσημες θετικές ρίζες, τότε οι β, γ είναι ομόσημοι.

γ) Ο μέσος όρος των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου είναι ίσος με τον αριθμητικό μέσο του πρώτου και του νιοστού της όρου.

δ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{|x|}$ είναι το $[0,+\infty)$.

ε) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεις $f(x)=-x^2$ και $g(x)=\sqrt{x}$ έχουν μοναδικό κοινό σημείο την αρχή των αξόνων.

Β. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$, $\alpha<0$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$ για κάθε $x\in(x_1,x_2)$.

20. **Α.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν οι α, β είναι ετερόσημοι, τότε ισχύει ότι $d(\alpha,\beta)=|\alpha|-|\beta|$.

β) Αν στην εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha,\gamma\neq 0$ ο β είναι γεωμετρικός μέσος των α και γ, τότε η εξίσωση είναι αδύνατη.

γ) Αν y είναι οποιαδήποτε τιμή του τριωνύμου x^2+x+1, τότε ισχύει ότι $\sqrt{y^2}=y$.

δ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{-x}$ είναι το $[0,+\infty)$.

ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$, $x>0$ βρίσκεται πάνω από την οριζόντια ευθεία $y=1$ για κάθε $x>0$.

Β. Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{\alpha x^2+\beta x+\gamma}$, $\alpha<0$, $\gamma>0$ είναι το διάστημα $[x_1,x_2]$, όπου x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$.