

## 1° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

στην τριγωνομετρία

### ΘΕΜΑ Α.

**A1.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το σύνολο  $A$  λέγεται περιοδική;

**5 μονάδες**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

α) Υπάρχει γωνία  $\theta$  με  $\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta = -2$

β)  $1\text{rad} \approx 57^\circ$

γ)  $\varepsilon\varphi 3 < 0$

δ) Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης  $f(x) = 7 - 2\eta\mu x$  είναι 5.

ε)  $\sigma\upsilon\nu(\eta\mu x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

στ) Η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon\varphi x$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

ζ) Η εξίσωση  $\sigma\varphi x = \pi$  έχει μοναδική λύση στο διάστημα  $(0, \pi)$ .

η)  $\eta\mu \frac{11\pi}{7} = \eta\mu \frac{4\pi}{7}$ .

θ)  $\sigma\upsilon\nu(\beta - \alpha) = \sigma\upsilon\nu\beta \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha - \eta\mu\beta \cdot \eta\mu\alpha$ .

ι)  $\frac{\eta\mu 3\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha - \sigma\upsilon\nu 3\alpha \cdot \eta\mu\alpha}{2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha} = 1$ .

**10 × 2 = 20 μονάδες**

### ΘΕΜΑ Β.

Αν  $5\eta\mu^2 x + \eta\mu x - 4 = 0$ , όπου  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , να αποδείξετε ότι:

**B1.**  $\eta\mu x = \frac{4}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu x = \frac{3}{5}$ .

**B2.**  $\sigma\upsilon\nu 2x = -\frac{7}{25}$  και  $\varepsilon\varphi 2x = -\frac{24}{7}$ .

**B3.**  $\eta\mu \frac{3x}{2} > \sigma\upsilon\nu \frac{x}{3} - 1$ .

**10 + 10 + 5 μονάδες**

**ΘΕΜΑ Γ.**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \epsilon\phi x} + \frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\phi x}$ .

**Γ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$  και να δείξετε ότι  $f(x) = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$ .

**Γ2.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$  στο διάστημα  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ .

**Γ3.** Αν  $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{3}$  στο διάστημα  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  να αποδείξετε ότι  $f(-x) < 0$  και

ότι  $f(-x) = -\frac{4}{3}$ .

**Γ4.** Να βρείτε τα  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  ώστε  $f(x) > 0$ .

**8 + 6 + 6 + 5 μονάδες**

**ΘΕΜΑ Δ.**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 1 + \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να βρείτε την περίοδο, το μέγιστο (max) και το ελάχιστο (min) της  $f$ .

**Δ2.** Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση  $f$  σε διάστημα μίας περιόδου και να βρείτε

το πλήθος λύσεων της εξίσωσης  $f(x) = \frac{\pi}{4}$  στο ίδιο διάστημα.

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι  $[f(-x) - 1] \cdot [f(x) - 1] \leq \frac{1}{2}$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ4.** Να βρείτε τα κοινά σημεία των  $C_f, C_h$  όπου  $h(x) = -\left|\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right|$  με

$x \in [0, 2\pi]$ .

**6 + 8 + 6 + 5 μονάδες**

**Θανάσης Τσιούμας**

**Μαθηματικός**

Οι απαντήσεις θα αναρτηθούν στις 8/1/2017