

Δίνεται η συνάρτηση $f : (0,1) \cup (1,2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$.

- α) Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται .
- β) Να ορίσετε την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} της f .
- γ) Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = f^{-1}(x)$ έχει μοναδική λύση x_0 με $x_0 \in (1,2)$.
- δ) Να δείξετε ότι υπάρχουν τουλάχιστον δύο εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της f^{-1} , οι οποίες διέρχονται από το σημείο $(x_0, f(x_0))$.
- ε) Να δείξετε ότι η απόσταση της γραφικής παράστασης της f^{-1} από την αρχή των αξόνων γίνεται ελάχιστη και μικρότερη από 2 σε δύο σημεία με αντίθετες τετμημένες όπου η θετική τετμημένη ανήκει στο διάστημα $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

Schools.patakis.gr