

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} - \{\ln 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$.

- α) Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.
- β) Να εξετάσετε την f ως προς την κυρτότητα.
- γ) Να βρείτε την κατακόρυφη ασύμπτωτη (ε) της f , την πλάγια ασύμπτωτη (ζ) της f στο $-\infty$ και την πλάγια ασύμπτωτη (η) της f στο $+\infty$.
- δ) Έστω A, B τα σημεία τομής της (ε) με τις (ζ) και (η) αντίστοιχα και $M(x_0, f(x_0))$ το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB .
- i. Να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{\ln 2\}$ ισχύει $f(x_0 - x) + f(x_0 + x) = 2y_0$.
- ii. Αν μια ευθεία που διέρχεται από το M τέμνει τη γραφική παράσταση της f στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα, να δείξετε ότι οι εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της f στα σημεία της Γ και Δ είναι παράλληλες.
- ε) Έστω $E(\lambda)$ το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , την ευθεία (ζ), τον άξονα yy' και την ευθεία $x = \lambda$, $\lambda < 0$. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} E(\lambda)$.