

1. Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  με  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$  στο σημείο της  $\left(\frac{1}{e}, f\left(\frac{1}{e}\right)\right)$  είναι η:
- (A)  $y = x$                       (B)  $y = ex$                       (Γ)  $y = -x$                       (Δ)  $y = -ex$
2. Για τη συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln x} & , x \in (0,1) \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$  ισχύει ότι:
- (A) δεν είναι συνεχής στο 0.  
 (B) είναι συνεχής στο 0 αλλά δεν είναι παραγωγίσιμη στο 0.  
 (Γ) είναι παραγωγίσιμη στο 0 με  $f'(0) = 0$ .  
 (Δ) είναι παραγωγίσιμη στο 0 με  $f'(0) = 1$ .
3. Η ασύμπτωτη της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = e^{-x} + x + 1$  στο  $+\infty$  είναι η:
- (A)  $y = -x - 1$                       (B)  $y = x + 1$                       (Γ)  $y = 0$                       (Δ)  $y = 1$
4. Το σημείο καμπής της συνάρτησης  $f(x) = (1-x)e^{-x}$  είναι το
- (A)  $(3, f(3))$                       (B)  $(2, f(2))$                       (Γ)  $(1, f(1))$                       (Δ) Δεν έχει σημεία καμπής.
5. Σύμφωνα με το Θεώρημα Μέσης Τιμής για τη συνάρτηση  $f(x) = x \eta \mu x$ ,  $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ , υπάρχει  $\xi \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$  τέτοιο, ώστε:
- (A)  $f(\xi) = 0$                       (B)  $f'(\xi) = 0$                       (Γ)  $f'(\xi) = \frac{5}{4}$                       (Δ)  $f'(\xi) = \pi$
6. Για ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις εφαρμόζεται το θεώρημα Rolle σε κατάλληλο διάστημα  $[a, \beta]$  όπου  $a < 0$  και  $\beta > 0$ ;
- (A)  $f(x) = \ln x$                       (B)  $g(x) = e^x$                       (Γ)  $h(x) = |x|$                       (Δ)  $\varphi(x) = \eta \mu x$
7. Το ολοκλήρωμα  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x \eta \mu x dx$  είναι ίσο με:
- (A) 0                      (B)  $\sqrt{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$                       (Γ) 1                      (Δ)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x \sigma \upsilon \nu x dx$
8. Αν  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$  και  $g(x) = \frac{1-x}{x}$  τότε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f \circ g$  είναι το
- (A)  $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$                       (B)  $(0, 1) \cup (1, e)$                       (Γ)  $(0, +\infty)$                       (Δ)  $\mathbb{R}$
9. Ποιες από τις παρακάτω τιμές είναι θέσεις κρίσιμου σημείου της συνάρτησης  $f(x) = |x| - e^{x-1}$ ;
- (A) 0                      (B) 1                      (Γ) 0 και 1                      (Δ) καμία
10. Η γραφική παράσταση της  $f$  με  $f(x) = x \cdot \ln x$  έχει:
- (A) κατακόρυφη ασύμπτωτη τον άξονα  $yy'$ .  
 (B) οριζόντια ασύμπτωτη τον άξονα  $x'x$ .

(Γ) πλάγια ασύμπτωτη την ευθεία  $y = x$ .

(Δ) δεν έχει καμία ασύμπτωτη.

11. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  με  $f(x) = \ln x$  η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων, είναι η ευθεία:

(Α)  $y = ex$                       (Β)  $y = \frac{1}{e}x$                       (Γ)  $y = (1-e)x$                       (Δ)  $y = (e+1)x$

12. Για τη συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x}\mu\sqrt{x}$  ισχύει ότι:

(Α) δεν είναι παραγωγίσιμη στο 0 αλλά είναι συνεχής στο 0.

(Β)  $f'(0) = 1$

(Γ)  $f'(0) = 0$

(Δ) δεν είναι συνεχής στο 0 ούτε παραγωγίσιμη στο 0.

13. Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$  με  $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$  τους άξονες  $x'x$  και  $yy'$  την ευθεία  $x = 1$  είναι ίσο με:

(Α)  $1 + \ln 2$                       (Β)  $\ln(2e)$                       (Γ) 1                      (Δ)  $\ln 2$

14. Η συνάρτηση  $f(x) = ax + e^{-x}$  έχει ακρότατο το 1. Τότε το  $a$  είναι ίσο με:

(Α) -1                      (Β) 0                      (Γ) 1                      (Δ)  $e$

15. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^x - 2x}$  έχει

(Α) οριζόντια ασύμπτωτη τον άξονα  $x'x$ ,                      (Β) οριζόντια ασύμπτωτη την ευθεία  $y = -1$ .

(Γ) οριζόντια ασύμπτωτη την ευθεία  $y = 2$ ,                      (Δ) οριζόντια ασύμπτωτη την ευθεία  $y = e$ .

16. Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$  έχει:

(Α) ολικό μέγιστο το 1.                      (Β) ολικό ελάχιστο το 1.

(Γ) ολικό ελάχιστο το  $e$ .                      (Δ) ολικό μέγιστο το  $\frac{1}{e}$ .

17. Αν ισχύει  $f'(x) = 2 - \frac{f(x)}{x}$  για κάθε  $x \neq 0$  και  $f(1) = f(-1) = 2$ , τότε το  $f(-2)$  είναι ίσο με:

(Α) 5                      (Β)  $-\frac{1}{2}$                       (Γ) 1                      (Δ) 4

18. Η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη με συνεχή πρώτη παράγωγο και αντιστρέψιμη και ισχύει  $f(0) = 0$  και  $f(1) = 1$ . Τότε η παράσταση  $\int_0^1 f^{-1}(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$  είναι ίση με:

(Α) 1                      (Β) 0                      (Γ) 2                      (Δ) -1

19. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x - \ln x$ ,  $x > 0$ . Ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης  $x$  κάθε σημείου της γραφικής παράστασης της  $f$  είναι ίσος με  $1 \text{ cm/s}$ . Αν τη χρονική στιγμή  $t_0$  ισχύει  $x(t_0) = y(t_0)$ , τότε ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης  $y$  είναι ίσος με:

(A) 1                      (B) 0                      (Γ) 2                      (Δ) -1

20. Για τη συνάρτηση  $f(x) = x^2 + 2\ln x$ ,  $x > 0$  ισχύει ότι

(A) έχει σημείο καμπής το  $(e, f(e))$ .

(B) είναι κοίλη στο  $(0, +\infty)$ .

(Γ) είναι κυρτή στο  $[1, +\infty)$ .

(Δ) η εφαπτομένη της γραφικής της παράστασης στο σημείο της  $(1, f(1))$  βρίσκεται πάνω από αυτήν για κάθε  $x > 1$ .

21. Το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{\ln x}$  είναι ίσο με:

(A) 0

(B) 1

(Γ)  $+\infty$

(Δ) Δεν υπάρχει.

22. Ποιο από τα παρακάτω όρια είναι ίσο με 1 ;

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x}$

(B)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\eta\mu(x-1)}{x-1}$

(Γ)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\eta\mu x}$

(Δ)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

23. Αν ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 9$  τότε το  $\lim_{x \rightarrow 4} f(\sqrt{x})$  είναι ίσο με:

(A) 81

(B) 3

(Γ) 9

(Δ) Δεν υπάρχει.

24. Το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x} - \ln x)$  είναι ίσο με:

(A)  $-\infty$

(B)  $+\infty$

(Γ) 0

(Δ) 1

25. Στο όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln(1-x)}$  υπάρχει απροσδιοριστία της μορφής

(A)  $\frac{0}{0}$  και είναι ίσο με 0.

(B)  $\frac{0}{0}$  και είναι ίσο με  $-1$ .

(Γ)  $\frac{+\infty}{+\infty}$  και είναι ίσο με 1.

(Δ)  $\frac{+\infty}{+\infty}$  και είναι ίσο με  $+\infty$ .

26. Η συνάρτηση  $f: [0, +\infty) \rightarrow (-\infty, 0]$  είναι παραγωγίσιμη και φθίνουσα και η γραφική της παράσταση δεν έχει οριζόντια εφαπτομένη στο σημείο της  $(0, f(0))$ . Τότε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f'(x)}{f(x)}$  είναι ίσο με:

(A) 0

(B)  $+\infty$

(Γ)  $-\infty$

(Δ) Δεν υπάρχει.

27. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο διάστημα  $[-1, 1]$  και ισχύει  $f(-1) = 4$  και  $f(1) = 3$  τότε σύμφωνα με το Θεώρημα Ενδιάμεσων Τιμών, υπάρχει  $x_0 \in (-1, 1)$  τέτοιο, ώστε το  $f(x_0)$  να είναι ίσο με:

(A) 0

(B)  $\pi$

(Γ) 3

(Δ) 4

28. Αν η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon\varphi(\pi x)}{x} & , x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right) \\ \kappa & , x = 0 \end{cases}$  είναι συνεχής στο 0, τότε το  $\kappa$  είναι ίσο με:

- (A) 1                      (B) 0                      (Γ)  $\pi$                       (Δ)  $\frac{\pi}{2}$

29. Αν το 2 και το 4 είναι διαδοχικές ρίζες της εξίσωσης  $f(x) = 0$ , όπου  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνεχής συνάρτηση, τότε ισχύει ότι:

- (A)  $f(e) \cdot f(\pi) < 0$                       (B)  $f(e) \cdot f(\pi) > 0$   
(Γ)  $f(e) \cdot f(\pi) = 0$                       (Δ) υπάρχει  $x_0 \in (2, 4)$  τέτοιο, ώστε  $f(x_0) = 0$ .

30. Έστω η συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ . Η εξίσωση  $f(\eta\mu x) = \eta\mu x$  έχει τουλάχιστον μια λύση στο διάστημα

- (A)  $(3\pi, 4\pi)$                       (B)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$                       (Γ)  $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$                       (Δ)  $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

31. Η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $[1, 4]$  και γνησίως φθίνουσα, ενώ ισχύει ότι  $f(1) = 3$  και  $f(4) = -2$ .

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;

- (A) Το σύνολο τιμών της  $f$  είναι το διάστημα  $[-2, 3]$ .  
(B) Υπάρχει μοναδικό  $x_0 \in (1, 4)$  τέτοιο ώστε  $f(x_0) = 0$ .  
(Γ) Η εξίσωση  $f(x) = e$  έχει μοναδική λύση.  
(Δ) Η εξίσωση  $f(x) = \pi$  έχει μοναδική λύση.

32. Αν  $f(1) = 1$  και  $f'(1) = 2$ , τότε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + f(x) - 2}{x - 1}$  είναι ίσο με:

- (A) 3                      (B) 6                      (Γ) 0                      (Δ) 2

33. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (A) Αν το όριο  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  υπάρχει, τότε η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .  
(B) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$  τότε είναι και παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .  
(Γ) Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $x_0$  δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .  
(Δ) Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  τότε δεν είναι συνεχής στο  $x_0$ .

34. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  είναι το όριο

- (A)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$                       (B)  $\lim_{h \rightarrow x_0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$   
(Γ)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$                       (Δ)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$

35. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = 2 \ln x$  και  $g(x) = \sqrt{x}$  στα σημεία τους με τετμημένη  $x_0$  έχουν παράλληλες εφαπτομένες. Τότε το  $x_0$  είναι ίσο με:

- (A) 1                      (B) 4                      (Γ) 16                      (Δ) 2

36. Για τις παραγωγίσιμες συναρτήσεις  $f, g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $g(x) = f\left(x + \frac{1}{x}\right)$ . Τότε η  $g'(1)$  είναι ίση με:

- (A)  $f'(2)$                       (B)  $2f'(2)$                       (Γ) 0                      (Δ)  $f'(0)$

37. Αν  $f'(x_0) = -\sqrt{3}$ , τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $(x_0, f(x_0))$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία ίση με:
- (A)  $90^\circ$                       (B)  $120^\circ$                       (Γ)  $150^\circ$                       (Δ)  $135^\circ$
38. Αν για τις συναρτήσεις  $f$  και  $g$  ισχύει ότι  $f'(x) = g'(3x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και οι γραφικές τους παραστάσεις διέρχονται από την αρχή των αξόνων, τότε
- (A)  $f(x) = g(3x) + c$                       (B)  $f(x) = 3g(3x) + c$
- (Γ)  $f(x) = \frac{g(x)}{3} + c$                       (Δ)  $f(x) = \frac{g(3x)}{3} + c$
39. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f : (\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει  $f'(x) < 0$  για κάθε  $x \in (\alpha, \beta]$ . Τότε η  $f$ :
- (A) έχει δύο ακρότατα.                      (B) δεν έχει ακρότατο.
- (Γ) έχει ολικό μέγιστο.                      (Δ) έχει ολικό ελάχιστο.
40. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;
- Αν  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ ,
- (A) τότε η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει το πολύ μία ρίζα στο  $\mathbb{R}$ .
- (B) τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$  και έχει σύνολο τιμών το διάστημα  $(\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x))$ .
- (Γ) τότε η  $f$  είναι κυρτή στο  $\mathbb{R}$ .
- (Δ) και  $g'(x) < 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε ισχύει για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ότι  $(f \circ g)(\alpha) < (f \circ g)(\beta) \Leftrightarrow \alpha > \beta$ .
41. Ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις δεν έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη;
- (A)  $f(x) = \ln x$                       (B)  $g(x) = \frac{1}{e^x - 1}$
- (Γ)  $h(x) = \frac{x+1}{x-1}$                       (Δ)  $\varphi(x) = x \ln x$
42. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;
- (A) Η ευθεία  $y = 1$  είναι οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ .
- (B) Ο άξονας  $yy'$  είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f(x) = \ln x$ .
- (Γ) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  έχει πλάγια ασύμπτωτη την ευθεία  $(\varepsilon)$  η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ , τότε η  $(\varepsilon)$  είναι η  $y = x$ .
- (Δ) Η κατακόρυφη ασύμπτωτη μιας συνάρτησης  $f$  δεν τέμνει τη γραφική της παράσταση.
43. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[\alpha, \beta]$  και ισχύει ότι  $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$  και  $f'(x) \neq 0$  με  $f'$  συνεχή για κάθε  $x \in [\alpha, \beta]$ , τότε η εξίσωση  $f(x) = 0$
- (A) δεν έχει καμία ρίζα.                      (B) έχει ακριβώς δύο ρίζες.
- (Γ) έχει ακριβώς μία ρίζα.                      (Δ) έχει το πολύ μία ρίζα.

44. Η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 - 3(\alpha + 2)x^2 + 6\alpha^2x + \beta$  παρουσιάζει ακρότατο στο 2 το 5. Τότε
- (A)  $\alpha = 0$  και  $\beta = -35$  (B)  $\alpha = 2$  και  $\beta = 4$   
 (Γ)  $\alpha = 0$  και  $\beta = 26$  (Δ)  $\alpha = 2$  και  $\beta = -11$
45. Αν η συνάρτηση  $f(x) = \alpha^2x^3 - 6\alpha x^2 + 5x + \beta$  έχει σημείο καμπής το (2,3) τότε
- (A)  $\alpha = 0$  και  $\beta = -7$  (B)  $\alpha = 0$  και  $\beta = 3$   
 (Γ)  $\alpha = 1$  και  $\beta = 9$  (Δ)  $\alpha = 1$  και  $\beta = 2$
46. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  έχει πλάγια ασύμπτωτη στο  $+\infty$  την ευθεία  $y = 4x + 2$ . Τότε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  με  $g(x) = \frac{xf(x)}{2x-4}$  έχει πλάγια ασύμπτωτη στο  $+\infty$  την ευθεία
- (A)  $y = 2x + 3$  (B)  $y = 2x + 4$  (Γ)  $y = -2x + 4$  (Δ)  $y = -2x - 5$
47. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- (A) Αν ισχύει ότι  $\int_a^\beta f(x)dx = 0$  με  $\alpha < \beta$ , τότε ισχύει και  $f(x) = 0$  για κάθε  $x \in [\alpha, \beta]$ .  
 (B) Αν ισχύει ότι  $\int_a^\beta f(x)dx = \int_a^\beta g(x)dx$  τότε ισχύει και  $f(x) = g(x)$  για κάθε  $x \in [\alpha, \beta]$ .  
 (Γ) Ισχύει πάντα ότι  $\int_a^\beta f^2(x)dx \geq 0$ .  
 (Δ) Καμία από τις παραπάνω προτάσεις δεν είναι σωστή.
48. Αν ισχύει ότι  $\int_1^2 f(x)dx = 3$  και  $\int_1^2 f^2(x)dx = 6$  τότε το  $\int_1^2 (f(x) - 1)^2 dx$  είναι ίσο με:
- (A) 18 (B) 9 (Γ) 1 (Δ) 10
49. Το  $\int_0^1 f'(1-x)dx$  είναι ίσο με
- (A)  $f(0) - f(1)$  (B)  $f(1) - f(0)$  (Γ)  $f(-1) - f(0)$  (Δ)  $f(0) - f(-1)$
50. Το  $\int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx$  είναι ίσο με
- (A)  $\frac{32}{3}$  (B) 0 (Γ)  $\frac{16}{3}$  (Δ) 16