

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \alpha$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $(1, f(1))$ τέμνει τον άξονα $y'y$ σε σημείο με τεταγμένη ίση με $\frac{5}{12}$.

- α) Να δείξετε ότι $\alpha = 0$.
- β) Να μελετήσετε την f' ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατά της.
- γ) Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f' στο σημείο τομής της με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = -x^2 - 2x$.
- δ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)+1}{f''(x)}$.