

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 6$  με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Η εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο που τέμνει τον άξονα  $y'y$  έχει εξίσωση  $y = -9x + 6$ .

Η γραφική παράσταση της  $f'$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε σημείο με τετμημένη ίση με  $-1$ .

α) Να δείξετε ότι  $\alpha = -3$  και  $\beta = -9$ .

β) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατά της.

γ) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) τέμνει τη γραφική παράσταση της  $f$  σε ένα από τα τοπικά της ακρότατα.

δ) Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + 12}{\sqrt{f''(x) + 9} - 3}$ .

Schools.patakis.gr