

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες:

α) $(a - b)^2 = \dots\dots\dots$

β) $(a - b)^3 = \dots\dots\dots$

γ) $(a - b)(a + b) = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.

α) Η ισότητα $x + 2 = 2x + 1$ είναι ταυτότητα.

β) Η εξίσωση $x^2 - 2x + 1 = 0$ έχει διπλή ρίζα το 1.

γ) Το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -4x + 2y = -2 \end{cases}$ έχει μοναδική λύση την (1,1).

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων.

B. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει $\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega) = \frac{\eta\mu(180^\circ - \omega)}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}$.

Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.

α) Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι πάντα όμοια.

β) Οποιοδήποτε ύψος ενός ισοπλεύρου τριγώνου το χωρίζει σε δύο ίσα τρίγωνα.

γ) Για μία αμβλεία γωνία ω ισχύει $\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \varepsilon\varphi\omega < 0$.

δ) Υπάρχει γωνία ω για την οποία ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{\sqrt{7}}{4}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{3}{4}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να λύσετε την εξίσωση: $(x^2 - 6x)(x^2 - 4) - 9(4 - x^2) = 0$.

B. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x^2 + 1}{3} - (x - 1)(x + 1) = (x - 2)^2$.

Γ. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 3$. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\frac{x^2 - 6 \cdot x - P(-1)}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 3 \cdot P(0)}$$

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha^2 + 4)(\beta^2 + 1) - (\alpha\beta + 2)^2 = (2\beta - \alpha)^2$.

B. Να λύσετε το σύστημα:
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-y}{4} + \frac{5y+1}{6} = \frac{7y+5}{6} \\ \frac{x}{5} + y = \frac{x-y}{2} \end{array} \right.$$

Γ. Αν (α, β) είναι η λύση του συστήματος του ερωτήματος Β, να βρείτε την τιμή του γ ώστε η ευθεία $2x - y = 6\gamma - \gamma^2$ να διέρχεται από το σημείο (α, β) .

ΘΕΜΑ 3ο

Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{15}{17}$, τότε:

A. Να υπολογίσετε το συνω και την εφω.

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = [17 \cdot \eta\mu(180^\circ - \omega) + 17 \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) + 8 \cdot \epsilon\phi(180^\circ - \omega)] \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ$$

Γ. Να υπολογίσετε την παράσταση: $[\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2(180^\circ - \omega)]^4 + (\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 + [\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)]^2$.