1.4 Συντεταγμένες στο επίπεδο

1.5 Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

1. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}=\vec{i}-\vec{j}$ και $\vec{\beta}=(-1,1)$. Τότε το διάνυσμα $\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ έχει συντεταγμένες

Α. 0 **Β.** 5 **Γ.** -5 **Δ.** δεν ορίζεται

2. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(0,-1)$ και $\vec{\beta}=(-1,1)$. Τότε η $\det(\vec{\alpha},\vec{\beta})$ είναι ίση με

Α. -1 **Β.** 0 **Γ.** 1 **Δ.** 2

3. Έστω τα σημεία $A(-1,-1)$ και $B(0,-1)$. Τότε το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ είναι ίσο με

Α. $\sqrt{2}$ **Β.** $\sqrt{3}$ **Γ.** 2 **Δ.** $\sqrt{5}$

4. Το διάνυσμα $\vec{\alpha}=-\vec{i}+\vec{j}$ έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με το συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος

Α. $\vec{i}-\vec{j}$ **Β.** $-\vec{i}$ **Γ.** $-\vec{j}$ **Δ.** $\vec{i}+\vec{j}$

5. Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\alpha}=\vec{i}+\vec{j}$ με τον άξονα $x'x$ είναι

Α. 45^o **Β.** 60^o **Γ.** 90^o **Δ.** 30^o

6. Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\alpha}=(0,-1)$ με τον άξονα $x'x$ είναι

Α. 45^o **Β.** 90^o **Γ.** 30^o **Δ.** 60^o

7. Το διάνυσμα $\vec{\alpha}=(2,-4)$ είναι παράλληλο στο διάνυσμα με συντεταγμένες

Α. $(6,3)$ **Β.** $(10,-5)$ **Γ.** $(-4,8)$ **Δ.** $(-1,-2)$

8. Αν $\vec{\alpha}=(-1,-2)$ και $\det(\vec{\alpha},\vec{\beta})=0$, τότε το $\vec{\beta}$ μπορεί να έχει συντεταγμένες

Α. $(2,4)$ **Β.** $(2,1)$ **Γ.** $(2,-1)$ **Δ.** $(-2,4)$

9. Τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1-x,x+1)$ και $\vec{\beta}=(x-2,1-x)$ είναι παράλληλα. Τότε το x είναι ίσο με

Α. 0 **Β.** -1 **Γ.** 2 **Δ.** 3

10. Το διάνυσμα $\vec{\alpha}=(1-x^2,x^2+x)$ δεν είναι παράλληλο στον άξονα yy', ούτε στον άξονα $x'x$.

Ποια από τις παρακάτω τιμές μπορεί να πάρει το x;

Α. 1 **Β.** -1 **Γ.** 0 **Δ.** 2

11. Αν $A(2,-2)$, $B(0,4)$ και $\Gamma(6,2)$, τότε το διάνυσμα $\overrightarrow{AM}$, όπου Μ είναι το μέσο του ΒΓ, έχει συντεταγμένες

Α. $(1,5)$ **Β.** $(5,1)$ **Γ.** $(1,1)$ **Δ.** $(-5,1)$

12. Το σημείο $M(4,-2)$ είναι το μέσο του ΑΒ με $A(2,0)$. Τότε το σημείο Β έχει συντεταγμένες

Α. $(4,8)$ **Β.** $(6,-4)$ **Γ.** $(-4,-8)$ **Δ.** $(6,4)$

13. Αν $A(4,-2)$ και $B(-4,2)$, η απόσταση ΑΒ είναι ίση με

Α. $2\sqrt{5}$ **Β.** $4\sqrt{5}$ **Γ.** 8 **Δ.** $2\sqrt{10}$

14. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(\eta\mu\theta,\sigma\upsilon\nu\theta)$, $\theta\in[0,\pi]$ και $\vec{\beta}=(2,2)$ είναι παράλληλα, τότε η γωνία θ θα είναι ίση με:

Α. 45^o **Β.** 90^o **Γ.** 180^o **Δ.** 0^o

15. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$ με $x_1,x_2\neq 0$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;

Αν $\vec{\alpha}//\vec{\beta}$ τότε

Α. $\det(\vec{\alpha},\vec{\beta})=0$ **Β.** $\dfrac{y_1}{x_1}=\dfrac{y_2}{x_2}$ **Γ.** $x_1\cdot y_1=x_2\cdot y_2$ **Δ.** $\vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta},\ \lambda\neq 0$

16. Έστω τα σημεία $\mathrm{A}(x_1, y_1)$ και $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ και Μ το μέσο του ΑΒ.
Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;

Α. Το μέσο Μ του ΑΒ έχει συντεταγμένες $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$.

Β. Το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ έχει συντεταγμένες $\left(\dfrac{x_2-x_1}{2}, \dfrac{y_2-y_1}{2}\right)$.

Γ. Το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{BM}}$ έχει συντεταγμένες $\left(\dfrac{x_1-x_2}{2}, \dfrac{y_1-y_2}{2}\right)$.

Δ. $\det\left(\overrightarrow{\mathrm{AM}}, \overrightarrow{\mathrm{MB}}\right) = 0$.

17. Το διάνυσμα $\vec{w} = (\eta\mu\theta, \sigma\upsilon\nu\theta)$ **δεν** έχει ίσο μέτρο με το διάνυσμα

Α. $\vec{\alpha} = (-\eta\mu\theta, \sigma\upsilon\nu\theta)$ **Β.** $\vec{\beta} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ **Γ.** $\vec{\gamma} = (-1, 0)$ **Δ.** $\vec{\delta} = \left(\sqrt{x^2+1}, -x\right)$

18. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1,0)$ και $\vec{\beta} = (0,1)$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;

Α. Το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με 0 και είναι παράλληλο στον άξονα $x'x$.

Β. Το διάνυσμα $\vec{\beta}$ δεν έχει συντελεστή διεύθυνσης και είναι παράλληλο στον άξονα yy'.

Γ. Τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

Δ. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με -1.

19. Έστω τα σημεία $\mathrm{A}(2,4)$ και $\mathrm{B}(-4,-2)$ και Μ το μέσο του ΑΒ. Τότε το συμμετρικό M' του Μ ως προς τη διχοτόμο της γωνίας $x\hat{O}y$ έχει συντεταγμένες

Α. $(1,1)$ **Β.** $(1,-1)$ **Γ.** $(-1,-1)$ **Δ.** $(0,0)$

20. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (-1,1)$ και $\vec{\beta} = (1,0)$ και τα σημεία $\mathrm{A}(4,-1)$, $\mathrm{B}(-2,7)$, $\Gamma(0,3)$, $\Delta(1,5)$.
Ποιο από τα παρακάτω διανύσματα είναι ίσο με το διάνυσμα;

Α. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ **Β.** $\overrightarrow{\mathrm{A}\Gamma}$ **Γ.** $\overrightarrow{\Delta\mathrm{B}}$ **Δ.** $\overrightarrow{\mathrm{B}\Delta}$

21. Αν $\vec{\alpha} \nearrow\nearrow \vec{\beta}$ τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. 0 **Β.** 1 **Γ.** $|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$ **Δ.** $-|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$

22. Αν $\vec{\alpha} \nearrow\nearrow \vec{\beta}$ τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. 0 **Β.** -1 **Γ.** $|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$ **Δ.** $-|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$

23. Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. 0 **Β.** -1 **Γ.** $|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$ **Δ.** $-|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$

24. Αν $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} > 0$ τότε η γωνία $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right)$ είναι

Α. οξεία **Β.** αμβλεία **Γ.** ορθή **Δ.** ευθεία

25. Αν $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} < 0$ τότε η γωνία $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right)$ είναι

Α. οξεία **Β.** αμβλεία **Γ.** ορθή **Δ.** ευθεία

26. Το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\alpha}$ είναι ίσο με

Α. 0 **Β.** 1 **Γ.** $|\vec{\alpha}|^2$ **Δ.** $-|\vec{\alpha}|^2$

27. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι μοναδιαία, τότε το $\sigma\upsilon\nu\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right)$ είναι ίσο με

Α. $\dfrac{1}{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}$ **Β.** $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ **Γ.** 1 **Δ.** 0

28. Αν $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$, τότε το $\left|\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right|^2$ είναι ίσο με

Α. $\vec{\alpha}^2+\vec{\beta}^2$ **Β.** $\vec{\alpha}^2-\vec{\beta}^2$ **Γ.** $|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|$ **Δ.** $\left(|\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}|\right)^2$

29. Αν $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=1$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=60^o$, τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. 1 **Β.** $\dfrac{1}{2}$ **Γ.** 0 **Δ.** 2

30. Αν $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=\sqrt{2}$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=120^o$, τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. 1 **Β.** 2 **Γ.** -1 **Δ.** -2

31. Αν $|\vec{\alpha}|=2$ και $|\vec{\beta}|=\sqrt{3}$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=30^o$, τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. 1 **Β.** 2 **Γ.** $\sqrt{3}$ **Δ.** 0

32. Αν $|\vec{\alpha}|=2$ και $|\vec{\beta}|=\sqrt{3}$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=150^o$, τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. 1 **Β.** -1 **Γ.** $-\sqrt{3}$ **Δ.** $-\dfrac{3}{2}$

33. Το $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ είναι ίσο με το

Α. $\overrightarrow{\Gamma\Delta}\cdot\overrightarrow{BA}$ **Β.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ **Γ.** $\overrightarrow{\Gamma\Delta}\cdot\overrightarrow{BA}$ **Δ.** $\overrightarrow{\Delta\Gamma}\cdot\overrightarrow{AB}$

34. Αν $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}$ και $\vec{\alpha}\neq\vec{0}$ και $\vec{\beta}\neq\vec{\gamma}$, τότε

Α. $\vec{\alpha}\,//\left(\vec{\beta}-\vec{\gamma}\right)$ **Β.** $\vec{\alpha}\,//\left(\vec{\beta}+\vec{\gamma}\right)$ **Γ.** $\vec{\alpha}\perp\left(\vec{\beta}-\vec{\gamma}\right)$ **Δ.** $\vec{\alpha}\perp\left(\vec{\beta}+\vec{\gamma}\right)$

35. Η παράσταση $\left(\vec{i}+\vec{j}\right)^2$ είναι ίση με

Α. 0 **Β.** 1 **Γ.** 2 **Δ.** -1

36. Αν $\vec{\alpha}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$, τότε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ είναι ίσο με

Α. $x_1y_1+x_2y_2$ **Β.** $x_1x_2-y_1y_2$ **Γ.** $x_1y_2-x_2y_1$ **Δ.** $x_1x_2+y_1y_2$

37. Αν $\vec{\alpha}=(1,-1)$ και $\vec{\beta}=(-1,0)$, τότε η γωνία $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)$ είναι

Α. οξεία **Β.** αμβλεία **Γ.** ορθή **Δ.** ευθεία

38. Έστω το σημείο $A(\alpha,\beta)$, Β το συμμετρικό του Α ως προς τον άξονα yy' και Γ το συμμετρικό του Α ως προς τη διχοτόμο της γωνίας $x\hat{O}y$. Τότε η γωνία των διανυσμάτων $\overrightarrow{OB}$ και $\overrightarrow{O\Gamma}$ είναι

Α. οξεία **Β.** αμβλεία **Γ.** ορθή **Δ.** ευθεία

39. Έστω το τετράγωνο ΑΒΓΔ με κέντρο Ο και πλευρά μήκους 1. Τότε **δεν** ισχύει ότι

Α. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{\Delta O}=0$ **Β.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}=1$ **Γ.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Delta\Gamma}=1$ **Δ.** $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{A\Delta}=-1$

40. Έστω το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά μήκους 1. Τότε **δεν** ισχύει ότι

Α. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}=\dfrac{1}{2}$ **Β.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{B\Gamma}=-\dfrac{1}{2}$ **Γ.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma A}=-\dfrac{1}{2}$ **Δ.** $\overrightarrow{A\Gamma}\cdot\overrightarrow{B\Gamma}=-\dfrac{1}{2}$

41. Έστω ο ρόμβος ΑΒΓΔ με μήκος πλευράς 1 και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ. Τότε **δεν** ισχύει ότι

Α. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Delta}=\overrightarrow{\Gamma B}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ **Β.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Delta}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{B\Gamma}$

Γ. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{\Gamma O}=0$ **Δ.** $\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma O}$

42. Έστω το ορθογώνιο ΑΒΓΔ και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ. Τότε **δεν** ισχύει ότι

Α. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma B}=\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ **Β.** $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{O\Delta}=\overrightarrow{BO}\cdot\overrightarrow{\Gamma O}$

Γ. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{O\Gamma}=\overrightarrow{\Gamma\Delta}\cdot\overrightarrow{\Gamma O}$ **Δ.** $\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{B\Gamma}\cdot\overrightarrow{BO}$

43. Έστω το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}=90^o$. Τότε **δεν** ισχύει ότι

Α. $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{B\Delta}=\overrightarrow{\Gamma A}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ **Β.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Delta}=\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$

Γ. $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{B\Delta}=\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$ **Δ.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}=\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$

44. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

Α. Αν $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0$ τότε υποχρεωτικά ισχύει $\vec{\alpha}=\vec{0}$ ή $\vec{\beta}=\vec{0}$.

Β. Ισχύει ότι $\left|\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right|=|\vec{\alpha}|\cdot\left|\vec{\beta}\right|$.

Γ. Αν $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0$ τότε υποχρεωτικά ισχύει $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$.

Δ. Ισχύει ότι $\left(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right)\cdot\vec{\alpha}=|\vec{\alpha}|^2\cdot\vec{\beta}$.

45. Αν $\vec{\alpha}=\vec{\beta}+\vec{\gamma}$ και $|\vec{\alpha}|=\left|\vec{\beta}\right|=|\vec{\gamma}|=1$ τότε το $\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}$ είναι ίσο με

Α. 1 **Β.** $-\dfrac{1}{2}$ **Γ.** -1 **Δ.** 0

46. Αν $|\vec{\alpha}|=\left|\vec{\beta}\right|=1$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=60^o$ τότε ισχύει ότι

Α. $\vec{\alpha}\perp\left(\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)$ **Β.** $\vec{\beta}\perp\left(\vec{\alpha}-\vec{\beta}\right)$ **Γ.** $\vec{\alpha}\perp\left(\vec{\alpha}-2\vec{\beta}\right)$ **Δ.** $\vec{\beta}\perp\left(2\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)$

47. Αν $\vec{\alpha}=(1,-2)$, $\vec{\beta}=(x,1)$ και $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$, τότε το x είναι ίσο με

Α. 1 **Β.** 2 **Γ.** 0 **Δ.** -1

48. Έστω το ισοσκελές τρίγωνο τρίγωνο ΑΒΓ με $AB=A\Gamma$ και ΑΜ η διάμεσός του. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις ισχύουν;

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{A\Gamma}\cdot\overrightarrow{AM}$ **(2)** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{\Gamma A}\cdot\overrightarrow{\Gamma M}$ **(3)** $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{M\Gamma}$

Α. Η (1) και η (2). **Β.** Η (1) και η (3). **Γ.** Η (2) και η (3). **Δ.** Όλες

49. Έστω δύο διανύσματα $\vec{\alpha}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{\beta}=\overrightarrow{OB}$ για τα οποία ορίζονται οι συντελεστές διεύθυνσής τους $\lambda_{\vec{\alpha}}$ και $\lambda_{\vec{\beta}}$ αντίστοιχα και δεν είναι κάθετα, ούτε παράλληλα, ούτε συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$.

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις μπορεί να ισχύει;

Α. $\lambda_{\vec{\alpha}}=\lambda_{\vec{\beta}}$ **Β.** $\lambda_{\vec{\alpha}}=-\lambda_{\vec{\beta}}$ **Γ.** $\lambda_{\vec{\alpha}}\cdot\lambda_{\vec{\beta}}=1$ **Δ.** $\lambda_{\vec{\alpha}}\cdot\lambda_{\vec{\beta}}=-1$

50. Έστω το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB=2$, $A\Delta=1$, $\hat{B}=120^o$ και Ν το μέσο της πλευράς ΒΓ.

Τότε το $\left|\overrightarrow{\Delta N}\right|^2$ είναι ίσο με

Α. $\dfrac{13}{4}$ **Β.** 3 **Γ.** $\dfrac{15}{4}$ **Δ.** $\dfrac{11}{4}$