

## ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

### Β' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

#### ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

#### ΘΕΜΑ 1

**A.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

**α)** Για οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει ότι  $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$ .

**β)** Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$  τότε  $\vec{a} = \vec{0}$  ή  $\vec{\beta} = \vec{0}$ .

**γ)** Αν οι μη μηδενικοί συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1, \lambda_2$  δύο ευθειών  $(\varepsilon_1)$  και  $(\varepsilon_2)$  αντίστοιχα είναι ίσοι, τότε οι δύο αυτές ευθείες είναι κάθετες.

**δ)** Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\beta} = (B, -A)$ .

**ε)** Αν η εξίσωση εφαπτομένης του κύκλου  $(K, \rho)$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι η  $Ax + By + \Gamma = 0$  με

$$A \neq 0 \text{ ή } B \neq 0, \text{ τότε ισχύει ότι } \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \rho.$$

**στ)** Μια παραβολή με άξονα συμμετρίας τον άξονα  $yy'$  και εστία  $E\left(\frac{\rho}{2}, 0\right)$  έχει πάντα εξίσωση  $y^2 = 2\rho x$ .

**A.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου με εξίσωση  $x^2 + y^2 = \rho^2$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση  $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = \rho^2$ .

#### ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα σημεία  $A(1, 2)$ ,  $B(3, 4)$  και  $\Gamma(5, -2)$ .

**α)** Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων  $\overline{AB}$ ,  $\overline{A\Gamma}$  και να αποδείξετε ότι η γωνία  $\hat{A}$  είναι ορθή.

**β)** Αν  $M$  είναι το μέσο του  $B\Gamma$ , να βρείτε τα μέτρα των  $\overline{AM}$  και  $\overline{B\Gamma}$ .

**γ)** Να γραφεί το  $\overline{B\Gamma}$  ως γραμμικός συνδυασμός των  $\overline{A\Gamma}$  και  $\overline{AM}$ .

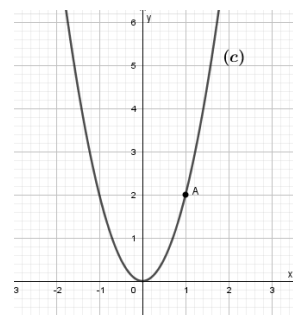
#### ΘΕΜΑ 3

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραβολής (c), που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων, άξονα συμμετρίας τον  $y'y'$  και διέρχεται από το σημείο  $A(1, 2)$ .

**A.** Να βρείτε την εξίσωση, την εστία και την διευθετούσα της παραβολής.

**B.** Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου  $A$  ως προς τον άξονα της παραβολής.

**Γ. α)** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της παραβολής στο σημείο



$A'(-1,2)$ .

**β)** Να βρείτε το σημείο τομής της  $(\varepsilon)$  με τον άξονα  $y'y$  και στη συνέχεια να την σχεδιάσετε.

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία  $A(2,0)$ ,  $B(3,4)$  και  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- A.**
- α)** Να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει όλες τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο  $A$  και έχουν κλίση  $\lambda$ .
  - β)** Να αποδείξετε ότι η ευθεία, η οποία διέρχεται από το σημείο  $A$  έχει κλίση  $\lambda$  και απέχει απόσταση ίση με 1 από το σημείο  $B$  έχει εξίσωση  $(\varepsilon): 15x - 8y - 30 = 0$ .
- B.** Να αποδείξετε ότι υπάρχει και άλλη ευθεία  $(\zeta)$ , εκτός από την  $(\varepsilon)$ , η οποία διέρχεται από το σημείο  $A$  και απέχει απόσταση ίση με 1 από το σημείο  $B$ .
- Γ.** Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες  $(\varepsilon)$  και  $(\zeta)$ .